

ОГЛАВЛЕНИЕ

О содержании книги	3
Основные обозначения	7
ВВЕДЕНИЕ	11
ЧАСТЬ I. ФИЗИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ	
ГЛАВА 1. СЛАБО-ДИССИПАТИВНАЯ ТЕОРИЯ КОЛМОГорова — АРНОЛЬДА — МОЗЕРА	37
§ 1. Описание результатов	37
1.1. Основное отображение	37
1.2. Асимптотически устойчивые периодические орбиты основного отображения (дискретные инварианты)	38
1.3. Арифметические свойства периодов асимптотически устойчивых периодических орбит (дискретные инварианты)	39
1.4. Непрерывные характеристики асимптотически устойчивых орбит	40
1.5. Полный граф периодических орбит основного отображения	43
1.6. Компьютерные замечания	43
§ 2. Физические приложения и мотивировки	43
2.1. Рассеяние частиц по Ферми	44
2.2. Дискретизация динамики пробной частицы	46
2.3. Ланжевеновская динамика частиц с учетом тепловых потоков	47
2.4. Электромагнитное взаимодействие пробной частицы	48
2.5. Стохастическая диффузия (уравнение Колмогорова — Фоккера — Планка)	49
2.6. Энтропийный подход Планка — Зоммерфельда	51
§ 3. Интерпретация численных результатов	52
3.1. Принцип неопределенности	52
3.2. Постоянная Планка	53
3.3. Принцип соответствия Бора	53
3.4. Сравнение с квантованием по Бору — Зоммерфельду	54
3.5. Статистики распределения гармоник в слабо-диссипативных динамических системах	55
3.6. Флуктуации вдоль периодических орбит	57
§ 4. Математические методы исследования динамических систем	57
4.1. Уравнение Ньютона и динамические системы	58
4.2. Автономные динамические системы с непрерывным временем (сводка основных понятий)	61

4.3. Линеаризация автономных систем	63
4.4. Динамические системы с дискретным временем	67
§ 5. Динамические системы в «целом» и их бифуркации	76
5.1. Бифуркации в консервативных системах	76
5.2. Бифуркации в диссипативных системах	80
5.3. Бифуркации в системах с дискретным временем	83
ГЛАВА 2. УРАВНЕНИЕ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ДИФФУЗИИ	87
§ 1. Основные сведения о случайных величинах	87
1.1. Дискретные случайные величины	88
1.2. Непрерывные случайные величины	90
1.3. Теория измерений и соответствующие операции на плотностях вероятностей	92
1.4. Уравнение в свертках и преобразование Фурье	93
§ 2. Уравнение Колмогорова — Фоккера — Планка	95
2.1. Дискретная модель стохастической диффузии	95
2.2. Переход к непрерывной модели	99
2.3. Краевые задачи для уравнения Колмогорова — Фоккера — Планка	101
§ 3. Групповые методы в стационарной модели	102
3.1. Оператор эволюции	103
3.2. Собственные функции оператора эволюции	104
3.3. Конечномерные линейные представления оператора эволюции	105
3.4. Спектральное разложение оператора эволюции в простой краевой задаче	110
3.5. Интегральное представление решения задачи Коши	113
§ 4. Нестационарный случай	116
4.1. Модуль средних на решениях уравнения стохастической диффузии	116
4.2. Инвариантные модули средних	117
4.3. Спектр оператора эволюции	119
4.4. Простейший пример достаточных условий существования инвариантных средних	122
4.5. Линейные модели	123
4.6. Спектральное разложение оператора эволюции	125
4.7. Нелинейные модели (параметрический случай)	126
4.8. Восстановление параметров переноса, рождения в нелинейных моделях	131
ГЛАВА 3. ТЕОРИЯ ПРЯМЫХ ИЗМЕРЕНИЙ В КВАНТОВОЙ МЕХАНИКЕ	134
§ 1. Введение. Формулировка результатов	134
1.1. Теорема Пуанкаре — Эренфеста в стационарной теории прямых измерений	140
1.2. Параметризация стационарной теории измерений в упругом случае	143

1.3. Инвариантные подпространства во «втором порядке теории возмущений»	145
1.4. Формула Планка для невырожденных критических точек гамильтониана	148
1.5. Бифуркации критических точек	150
§ 2. Доказательство теоремы Пуанкаре — Эренфеста	155
2.1. Выпрямление нестационарного уравнения Шредингера с вещественным потенциалом	155
2.2. Условие инвариантности в выпрямленных координатах	157
2.3. Определение образующей	158
2.4. Восстановление фазы	159
2.5. Приложение к § 2	161
§ 3. Доказательство теоремы о начальных условиях	162
3.1. Разделение на мнимую и вещественную часть	162
3.2. Инфинитезимальная инвариантность замыкающей функции	164
§ 4. Вычисление инвариантных неприводимых подпространств	165
4.1. Предварительные формулы	165
4.2. Вычисления в случае вырожденной критической точки	166
4.3. Вычисления в случае вырожденной критической точки кратности 2	169
4.4. Вычисления в случае вырожденной критической точки кратности 1	172
4.5. Доказательство формулы Планка	173
§ 5. Геометрия замыкающей функции. Потенциалы	174
5.1. Локализованные моды	174
5.2. Потеря локализации	175
5.3. Финитные потенциалы	176

ЧАСТЬ II. ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ НА ПЛОСКОСТИ

ГЛАВА 4. ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ОСОБЫЕ ТОЧКИ ВЕКТОРНЫХ ПОЛЕЙ НА ПЛОСКОСТИ	178
---	-----

Введение	178
----------------	-----

§ 1. Локальное интегрирование векторных полей на прямой в элементарных функциях	180
§ 2. Локальное интегрирование векторных полей на плоскости	196
§ 3. Локальное приведение векторных полей на плоскости к интегрируемому виду	212

ГЛАВА 5. РЕШЕНИЕ ПРОБЛЕМЫ ГИЛЬБЕРТА О ЦИКЛАХ	245
--	-----

§ 1. Определения. Формулировка основной теоремы	246
1.1. Гнездо циклов	246
1.2. Нелокальные (первые) интегралы динамических систем	247

§ 2. Построение нетривиального нелокального первого интеграла при наличии в гнезде выпуклой кривой	249
2.1. Полуафинное накрытие фазовой плоскости во внешности выпуклой замкнутой фазовой кривой	249
2.2. Поднятие векторного поля на полуафинное накрытие	250
2.3. Инфинитезимальное вычисление нелокального первого интеграла	251
§ 3. Продолжение по времени нелокального интеграла в выпуклом случае	256
3.1. Локальное интегрирование основного дифференциала	257
3.2. Продолжение локального интеграла в выпуклом случае	258
§ 4. Продолжение локального интеграла в невыпуклом случае	259
4.1. План § 4	260
4.2. Ориентация фазовой кривой	260
4.3. Точки поворота	261
4.4. Продолжение нелокального первого интеграла в точке поворота	262
4.5. Лемма об индексе пересечения замкнутой кривой с полуафинной прямой	264
4.6. Первый шаг индукции по числу кривых. «Овыпукление» простых дуг	265
4.7. N-й шаг индукции по числу невыпуклых кривых	267
§ 5. Редукция к случаю выпуклой базы	271
5.1. Вклейка выпуклого цикла.	271
5.2. Замечания о функции последования Пуанкаре	273
§ 6. Заключение	274
ДОПОЛНЕНИЕ I	275
§ 7. Об одном интегральном преобразовании	275
Первый метод (доказательства)	277
Второй метод (доказательства)	279
§ 8. Об одном тривиальном препятствии к продолжению локального первого интеграла	280
§ 9. О препятствии к изолированности цикла	281
9.1. Препятствие в функциях	282
9.2. Препятствие в одномерных (ко)гомологиях	284
§ 10. Оценка числа циклов для существования простой пары	286
§ 11. Замечания к доказательству существования продолжения во времени нелокального интеграла	287
11.1. «Выпрямление» векторных полей μ, ν	288
11.2. Линеаризация действия фазовой группы в точке x_0	288
ДОПОЛНЕНИЕ II. Нелокальные интегралы в задаче Кеплера	291
§ 11. Движение частицы в центральном поле сил	291
11.1. Обозначения. Формулировка основных результатов	292
11.2. Обобщения на случай нескольких центров на прямой	293

§ 12. Теоремы о редукции нелокальных интегралов	294
в консервативном случае	294
12.1. Когерентные нелокальные интегралы	296
12.2. Замечания о n -точечном интеграле	298
§ 13. Заключительные замечания о свойствах	
нелокальных интегралов	301
Приложение 1	307
Приложение 2	312
Приложение 3	318
Приложение 4	326
Приложение 5	337
Приложение 6	343
Приложение 7	346
Приложение 8	350
ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ	357
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	