

Оглавление

Предисловие к первому изданию	9
Предисловие ко второму изданию	11
Предисловие к английскому изданию	13
Как пользоваться этой книгой	15
ГЛАВА 0. Дифференцируемые многообразия	21
1. Введение	21
2. Дифференцируемые многообразия. Касательное пространство	22
3. Погружения и вложения. Примеры	30
4. Другие примеры многообразий. Ориентация	34
5. Векторные поля, скобки. Топология многообразий	44
ГЛАВА 1. Римановы метрики	55
1. Введение	55
2. Римановы метрики	58
ГЛАВА 2. Аффинные связности. Римановы связности	69
1. Введение	69
2. Аффинные связности	70
3. Римановы связности	74
ГЛАВА 3. Геодезические. Выпуклые окрестности	81
1. Введение	81
2. Геодезический поток	82
3. Экстремальные свойства геодезических	88
4. Выпуклые окрестности	96
ГЛАВА 4. Кривизна	109
1. Введение	109
2. Кривизна	110
3. Секционная кривизна	114
4. Кривизна Риччи и скалярная кривизна	117
5. Тензоры на римановых многообразиях	120
ГЛАВА 5. Поля Якоби	131
1. Введение	131

2. Уравнение Якоби.....	131
3. Сопряжённые точки.....	137

ГЛАВА 6. Изометрические погружения	145
1. Введение.....	145
2. Вторая основная форма	146
3. Основные уравнения.....	155

ГЛАВА 7. Комплексные многообразия. Теоремы Хопфа–Ринова и Адамара	165
1. Введение.....	165
2. Полные многообразия. Теорема Хопфа–Ринова	166
3. Теорема Адамара.....	170

ГЛАВА 8. Пространства постоянной кривизны	177
1. Введение.....	177
2. Теорема Картана об определении метрики с помощью кривизны ..	178
3. Гиперболическое пространство.....	181
4. Пространственные формы.....	184
5. Изометрии гиперболического пространства. Теорема Лиувилля....	189

ГЛАВА 9. Вариации энергии	213
1. Введение.....	213
2. Формулы первой и второй вариаций энергии.....	213
3. Теоремы Бонне–Мейерса и Синга–Вайнштейна	222

ГЛАВА 10. Теорема сравнения Рауха	231
1. Введение.....	231
2. Теорема Рауха.....	232
3. Приложения леммы об индексе к погружениям.....	242
4. Фокальные точки и обобщение теоремы Рауха.....	247

ГЛАВА 11. Теорема Морса об индексе	263
1. Введение.....	263
2. Теорема об индексе.....	263

ГЛАВА 12. Фундаментальная группа многообразий отрицательной кривизны	275
1. Введение.....	275
2. Существование замкнутых геодезических.....	276
3. Теорема Прейсмана.....	280

ГЛАВА 13. Теорема о сфере	287
1. Введение.....	287
2. Множество раздела	288

ОГЛАВЛЕНИЕ

7

3. Оценка радиуса инъективности	297
4. Теорема о сфере	304
5. Некоторые дальнейшие обобщения	309
Литература	313