

Оглавление

Предисловие к русскому изданию	10
Предисловие	18
Благодарности	21
ГЛАВА 1. Введение	23
1.1. О чем эта книга и как она появилась на свет	24
1.2. Характерные цитаты и комментарии	27
1.3. Замечания о стиле и об организации этой книги	29
ГЛАВА 2. Математические предпосылки: интегрируемые гамильтоновы системы	32
2.1. Динамические системы	32
2.2. Гамильтоновы системы	37
2.2.1. Гамильтоновы системы: две картины (и два языка)	39
2.2.2. Что означает «решить» гамильтонову систему?	44
2.2.3. Полностью интегрируемые гамильтоновы системы и теорема LMAJ	45
2.2.4. Резонансные и нерезонансные торы	50
2.2.5. Первое введение в понятие невырожденности	52
ГЛАВА 3. На пути к КАМ: экскурс в историю	55
3.1. Сначала были планеты	55
3.2. Ньютон, Пуанкаре и сверхромантический взгляд на теорию	56
3.3. Более трезвый взгляд	58
3.4. Задача n тел	59
3.5. Проблема устойчивости	60
3.6. На пути к новой эре: интегрируемость и ее уязвимые места	62
3.7. Вейерштрасс, Пуанкаре и премия короля Оскара	65
3.8. Последствия премии: посеяны семена перемен	67
3.9. Коротко о Пуанкаре и о его работе	68

3.10.	Теория возмущений гамильтоновых систем: «фундаментальная задача динамики»	74
3.11.	От малых знаменателей к неинтегрируемости и хаосу — что сделал Пуанкаре	75
3.12.	Эпоха после Пуанкаре	82
3.12.1.	Наследие Пуанкаре в динамике	83
3.12.2.	Споры о хаосе	87
3.12.3.	Эргодическая теория	89
3.12.4.	Снисходительность к хаосу	90
3.12.5.	Парадокс и длительный кризис в механике	92
ГЛАВА 4.	Теория КАМ	95
4.1.	К. Л. Зигель и А. Н. Колмогоров: победа над малыми знаменателями	95
4.2.	Колмогоров открывает устойчивые инвариантные торы	100
4.3.	Более внимательный взгляд на схему сходимости	103
4.3.1.	Общий обзор схемы	104
4.3.2.	Технические вопросы	106
4.4.	Хронология работ Арнольда и Мозера	112
4.4.1.	Хронология работ Арнольда	112
4.4.2.	Хронология работ Мозера	114
4.5.	Прототип теоремы КАМ	115
4.6.	Ранние версии теоремы КАМ	116
4.7.	Более поздние результаты, оптимальные или почти оптимальные	121
4.8.	Другие подходы и дальнейшие результаты	125
ГЛАВА 5.	Теория КАМ в контексте: вопросы, выводы, значение	131
5.1.	Беглый обзор теории КАМ на словах и в картинках	131
5.1.1.	Теория КАМ в картинках	131
5.1.2.	Последняя усмешка Гегеля	132
5.1.3.	Большая историческая панорама	134
5.2.	За и против, мифы недоброжелателей и энтузиастов	138
5.2.1.	Список доводов за и против	138
5.2.2.	Обсуждение	139
5.3.	«Социологические» вопросы	144
5.3.1.	Почему потребовалось так много времени?	145
5.3.2.	Почему так мало американцев?	146

5.3.3.	Доказал ли Колмогоров теорему КАМ?	147
5.3.4.	Насколько трудным было доказательство?	149
5.4.	Насколько оправдана репутация «знаменитой теории»?	151
5.4.1.	Краткое перечисление общепринятых аргументов	151
5.4.2.	Апология теории КАМ как базовой части классической механики	152
ГЛАВА 6. Другие результаты в теории возмущений гамильтоновых систем		156
6.1.	Геометрическая теория возмущений гамильтоновых систем: теория КАМ, канторы и теория Обри–Мезера	157
6.2.	Классическая теория возмущений гамильтоновых систем: теория Нехорошева	161
6.2.1.	Теорема Нехорошева	161
6.2.2.	Краткая история теории Нехорошева и ее приложений	163
6.2.3.	Немного о доказательствах в теории Нехорошева	168
6.3.	Неустойчивость в теории возмущений гамильтоновых систем: диффузия Чирикова, диффузия Арнольда и другие механизмы	170
6.3.1.	Режим Чирикова и стандартное отображение Чирикова	171
6.3.2.	Режим Нехорошева и диффузия Арнольда	176
ГЛАВА 7. Приложения в физике		194
7.1.	Устойчивость Солнечной системы (или ее отсутствие?)	194
7.1.1.	Приложение теории КАМ к задаче n тел	195
7.1.2.	Специальные результаты для подсистем	203
7.1.3.	Физическая Солнечная система	204
7.2.	Приложения в статистической механике	208
7.2.1.	О Больцмане	209
7.2.2.	Эргодическая гипотеза	212
7.2.3.	Еще раз о равном распределении энергии, парадоксе FPU и ультрафиолетовой катастрофе	224
7.3.	Другие приложения теории КАМ в физике	230
7.3.1.	Типичное приложение: эллиптические положения равновесия в гамильтоновых системах	231
7.3.2.	Устойчивость движения заряженной частицы в электрическом или магнитном полях	231
7.3.3.	Более экзотические приложения	233

Приложение А. Статья Колмогорова 1954 года. О сохранении условно-периодических движений при малом изменении функции Гамильтона	235
Приложение В. Обзор проблемы малых знаменателей в случае низкой размерности	241
В.1. Проблема линеаризации	241
В.1.1. От функционального уравнения Шрёдера к центральной задаче Зигеля	242
В.1.2. Уточнения и оптимальные условия в задаче Зигеля	244
В.2. Отображения окружности	245
Приложение С. Встреча Востока и Запада: русские, европейцы, американцы	249
С.1. Культурные стереотипы в математике	250
С.2. Культурные и стилистические напряжения	251
С.3. Пересечение культур в теории КАМ	252
Приложение D. Указания к дальнейшему чтению	255
D.1. Общие сведения по теории КАМ	255
D.1.1. Оригинальные статьи по теории КАМ и вопросы приоритета	255
D.1.2. Доступные доказательства теорем КАМ	257
D.1.3. Книги по теории КАМ (Что еще за книги?)	258
D.1.4. Обзор статей, монографий и отдельных глав в книгах, посвященных теории КАМ	258
D.1.5. Толкования, исторические справки и другие источники по теории КАМ	261
D.2. Математические предпосылки	262
D.2.1. Динамические системы и ОДУ	262
D.2.2. Классическая механика и гамильтонова динамика	263
D.2.3. Эргодическая теория	266
D.3. Теория хаоса	266
D.3.1. Популярная сторона хаоса	266
D.3.2. Дебаты о хаосе	267
D.3.3. Наследие популярной теории хаоса	270
D.4. История	271
D.4.1. Специфическая природа истории математики и физики	271

D.4.2.	Ранняя история математики и астрономии	272
D.4.3.	Между Ньютоном и Пуанкаре	273
D.4.4.	Эпоха Вейерштрасса и Пуанкаре	273
D.4.5.	Гипотеза Пенлеве и задача n тел	274
D.4.6.	Советская и русская школы динамических систем	275
D.4.7.	История динамических систем в целом	275
D.5.	Биографии	276
D.5.1.	Общие биографические источники	276
D.5.2.	Основоположники	276
D.6.	Приложения теории КАМ (и Нехорошева)	278
D.6.1.	Приложения к небесной механике; устойчивость	278
D.6.2.	Приложения к статистической механике, эргодической теории	279
D.6.3.	Другие приложения	281
D.7.	Разделы математики, связанные с классической теорией КАМ	282
D.7.1.	Проблема малых знаменателей в случаях небольшой размерности	282
D.7.2.	Теория Обри–Мезера и слабая теория КАМ; теория КАМ для уравнений в частных производных	283
D.7.3.	Теория Нехорошева	284
D.7.4.	Диффузия Арнольда	285
D.8.	Культура, философия, Бурбаки и т. д.	286
Приложение Е. Избранные цитаты		288
Приложение F. Словарь		293
Литература		390
Предметно-именной указатель		425