

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие к третьему изданию	8
Из предисловия ко второму изданию	9
Часть I. Основные понятия	13
Глава I. Основные понятия	15
§ 1. Плоские алгебраические кривые	15
1. Плоские кривые (15). 2. Рациональные кривые (18). 3. Связь с теорией полей (21). 4. Рациональные отображения (24). 5. Особые и простые точки (27). 6. Проективная плоскость (30). Задачи (35).	
§ 2. Замкнутые подмножества аффинных пространств.	36
1. Определение замкнутых подмножеств (36). 2. Регулярные функции на замкнутом множестве (38). 3. Регулярные отображения (41). Задачи (46).	
§ 3. Рациональные функции	48
1. Неприводимые множества (48). 2. Рациональные функции (49). 3. Рациональные отображения (51). Задачи (55).	
§ 4. Квазипроjektивные многообразия.	55
1. Замкнутые подмножества проективного пространства (55). 2. Регулярные функции (61). 3. Рациональные функции (66). 4. Примеры регулярных отображений (68). Задачи (69).	
§ 5. Произведения и отображения квазипроjektивных многообразий	70
1. Произведения (70). 2. Замкнутость образа проективного многообразия (73). 3. Конечные отображения (77). 4. Нормализационные теоремы (81). Задачи (82).	
§ 6. Размерность	83
1. Определение размерности (83). 2. Размерность пересечения с гиперповерхностью (86). 3. Теорема о размерности слоев (91). 4. Прямые на поверхностях (93). Задачи (96).	
Глава II. Локальные свойства	98
§ 1. Простые и особые точки	98
1. Локальное кольцо точки (98). 2. Касательное пространство (100). 3. Инвариантность касательного пространства (101). 4. Особые точки (107). 5. Касательный конус (110). Задачи (111).	
§ 2. Разложение в степенные ряды	113

1. Локальные параметры в точке (113). 2. Разложение в степенные ряды (116). 3. Многообразия над полем действительных и полем комплексных чисел (120). Задачи (122).	
§ 3. Свойства простых точек	123
1. Подмногообразия коразмерности 1 (123). 2. Гладкие подмногообразия (126). Задачи (128).	
§ 4. Строение бирациональных изоморфизмов	129
1. σ -процесс в проективном пространстве (129). 2. Локальный σ -процесс (131). 3. Поведение подмногообразий при σ -процессе (134). 4. Исключительные подмногообразия (135). 5. Изоморфизм и бирациональный изоморфизм (136). Задачи (140).	
§ 5. Нормальные многообразия.	141
1. Нормальность (141). 2. Нормализация аффинных многообразий (145). 3. Нормализация кривых (147). 4. Проективные вложения гладких многообразий (152). Задачи (154).	
§ 6. Особенности отображений	155
1. Неприводимость (155). 2. Гладкость (157). 3. Ветвление (159). 4. Примеры (162). Задачи (165).	
Глава III. Дивизоры и дифференциальные формы.	166
§ 1. Дивизоры	166
1. Дивизор функции (166). 2. Локально главные дивизоры (170). 3. Как сдвинуть носитель дивизора с точек (173). 4. Дивизоры и рациональные отображения (175). 5. Пространство, ассоциированное с дивизором (176). 6. Пучок коник над $\mathbb{P}^1$ (180). Задачи (182).	
§ 2. Дивизоры на кривых	184
1. Степень дивизора на кривой (184). 2. Теорема Безу на кривой (188). 3. Размерность дивизора (189). Задачи (192).	
§ 3. Плоская кубика	192
1. Группа классов (192). 2. Групповой закон (195). 3. Отображения (199). 4. Приложения (201). 5. Алгебраически незамкнутое поле (202). Задачи (204).	
§ 4. Алгебраические группы	205
1. Алгебраические группы (205). 2. Факторгруппы. Теорема Шевалле (206). 3. Абелевы многообразия (207). 4. Многообразие Пикара (208). Задачи (211).	
§ 5. Дифференциальные формы	211
1. Одномерные регулярные дифференциальные формы (211). 2. Алгебраическое описание модуля дифференциалов (214). 3. Дифференциальные формы высших степеней (216). 4. Рациональные дифференциальные формы (218). Задачи (221).	
§ 6. Примеры и применения дифференциальных форм.	221
1. Поведение при отображениях (221). 2. Инвариантные дифференциальные формы на группе (224). 3. Канонический класс (225). 4. Гиперповерхности (227). 5. Гиперэллиптические кривые (231).	

§ 7. Теорема Римана—Роха на кривых.	232
1. Формулировка теоремы (232). 2. Предварительная форма теоремы Римана—Роха (236). 3. Вычеты дифференциалов (238). 4. Линейная алгебра бесконечномерных пространств (240). 5. Теорема о вычетах (246). 6. Теорема двойственности (248).	
§ 8. Многомерные обобщения.	249
Задачи (252).	
Глава IV. Индексы пересечения.	255
§ 1. Определение и основные свойства.	255
1. Определение индекса пересечения (255). 2. Аддитивность индекса пересечения (258). 3. Инвариантность относительно эквивалентности (260). 4. Общее определение индекса пересечения (265). Задачи (268).	
§ 2. Приложения индексов пересечения.	268
1. Теорема Безу в проективном пространстве и в произведении проективных пространств (268). 2. Многообразие над полем действительных чисел (271). 3. Род гладкой кривой на поверхности (274). 4. Неравенство Римана—Роха на поверхности (277). 5. Гладкая кубическая поверхность (278). 6. Кольцо классов циклов (281). Задачи (283).	
§ 3. Бирациональные изоморфизмы поверхностей.	284
1. σ -процессы поверхностей (284). 2. Некоторые индексы пересечения (285). 3. Разрешение точек нерегулярности (286). 4. Разложение на σ -процессы (288). 5. Замечания и примеры (291). Задачи (293).	
§ 4. Особенности.	294
1. Особые точки кривых (294). 2. Особые точки поверхностей (297). 3. Особенности Дю Валя (299). 4. Вырождения кривых (302). Задачи (305).	
Часть II. Схемы и многообразия.	307
Глава V. Схемы.	309
§ 1. Спектры колец.	311
1. Определение спектра (311). 2. Свойства точек спектра (314). 3. Спектральная топология (316). 4. Неприводимость, размерность (318). Задачи (321).	
§ 2. Пучки.	322
1. Предпучки (322). 2. Структурный предпучок (324). 3. Пучки (327). 4. Слои пучка (330). Задачи (331).	
§ 3. Схемы.	332
1. Определение схемы (332). 2. Склеивание схем (338). 3. Замкнутые подсхемы (339). 4. Приведенность и нильпотенты (343). 5. Условия конечности (344). Задачи (346).	
§ 4. Произведения схем.	347

1. Определение произведения (347). 2. Групповые схемы (350). 3. Отделимость (351). Задачи (355).

Глава VI. Многообразия 356

§ 1. Определения и примеры 356

1. Определения (356). 2. Векторные расслоения (361). 3. Расслоения и пучки (364). 4. Дивизоры и линейные расслоения (371). Задачи (376).

§ 2. Абстрактные и квазипроjektивные многообразия 377

1. Лемма Чао (377). 2. σ -процесс вдоль подмногообразия (379). 3. Пример неквазипроjektивного многообразия (383). 4. Критерии проективности (388). Задачи (389).

§ 3. Когерентные пучки 389

1. Пучки модулей (389). 2. Когерентные пучки (393). 3. Отвинчивание когерентных пучков (397). 4. Теорема конечности (401). Задачи (402).

§ 4. Классификация геометрических объектов и универсальные схемы . . . 403

1. Схемы и функторы (403). 2. Многочлен Гильберта (409). 3. Плоские семейства (413). 4. Схема Гильберта (417). Задачи (421).

Часть III. Алгебраические многообразия над полем комплексных чисел и комплексные аналитические многообразия 423

Глава VII. Топология алгебраических многообразий 425

§ 1. Комплексная топология 425

1. Определения (425). 2. Алгебраические многообразия как дифференцируемые многообразия. Ориентация (427). 3. Гомологии гладких проективных многообразий (429). Задачи (431).

§ 2. Связность 432

1. Подготовительные леммы (432). 2. Основная теорема (433). 3. Аналитические леммы (435). 4. Алгебраическое доказательство (437). 5. Связность слоев (438). Задачи (439).

§ 3. Топология алгебраических кривых 439

1. Локальное строение морфизмов (440). 2. Триангуляция кривых (442). 3. Топологическая классификация кривых (444). 4. Комбинаторная классификация поверхностей (448). 5. Топология особенностей плоских кривых (451). Задачи (453).

§ 4. Вещественные алгебраические кривые 453

1. Инволюция (454). 2. Доказательство теоремы Харнака (455). 3. Овалы вещественных кривых (457). Задачи (459).

Глава VIII. Комплексные аналитические многообразия 460

§ 1. Определения и примеры 460

1. Определение (460). 2. Факторпространства (463). 3. Коммутативные алгебраические группы как факторпространства (466). 4. Приме-

ры компактных аналитических многообразий, неизоморфных алгебраическим (469). 5. Комплексные пространства (475). Задачи (478).	
§ 2. Дивизоры и мероморфные функции	479
1. Дивизоры (479). 2. Мероморфные функции (482). 3. Структура поля $\mathcal{M}(X)$ (484). Задачи (487).	
§ 3. Алгебраические и аналитические многообразия	489
1. Теоремы сравнения (489). 2. Пример неизоморфных алгебраических многообразий, которые изоморфны как аналитические многообразия (492). 3. Пример неалгебраического компактного многообразия с максимальным числом независимых мероморфных функций (495). 4. Классификация компактных аналитических поверхностей (497). Задачи (499).	
§ 4. Кэлеровы многообразия	500
1. Кэлерова метрика (500). 2. Другие характеристики кэлеровой метрики (505). 3. Применения кэлеровой метрики (508). 4. Теория Ходжа (511). Задачи (514).	
Глава IX. Униформизация	515
§ 1. Универсальная накрывающая	515
1. Универсальная накрывающая комплексного многообразия (515). 2. Универсальные накрывающие алгебраических кривых (517). 3. Проективные вложения факторпространств (519). Задачи (521).	
§ 2. Кривые параболического типа	522
1. θ -функции (522). 2. Проективное вложение (523). 3. Эллиптические функции, эллиптические кривые и эллиптические интегралы (525). Задачи (528).	
§ 3. Кривые гиперболического типа	528
1. Ряды Пуанкаре (528). 2. Проективное вложение (531). 3. Алгебраические кривые и автоморфные функции (533). Задачи (536).	
§ 4. Об униформизации многообразий больших размерностей.	536
1. Односвязность полных пересечений (536). 2. Пример многообразия с наперед заданной конечной фундаментальной группой (538). 3. Замечания (541). Задачи (544).	
Алгебраическое приложение	545
1. Линейная алгебра (545). 2. Многочлены (547). 3. Полулинейные преобразования (547). 4. Поля (549). 5. Инварианты (551). 6. Кольца (552). 7. Однозначность разложения на простые множители (555). 8. Целые элементы (557). 9. Длины модулей (557).	
Литература	560
Исторический очерк	563
Список литературы к историческому очерку	580
Предметный указатель	583