

Оглавление

Введение	6
Глава 1. Эквивалентность алгебраических систем в языке первого порядка	9
1.1. Основы теории моделей	9
1.2. Прямые, подпрямые и фильтрованные произведения	28
1.3. Регулярные ультрастепени	32
1.4. Насыщенные системы и теорема об изоморфизме	35
Глава 2. Элементарная классификация булевых алгебр	41
2.1. Булевы алгебры. Основные определения	41
2.2. Идеал Ершова — Тарского и элементарные характеристики булевой алгебры	44
2.3. Примеры булевых алгебр с различными характеристиками	46
2.4. Элементарное определение элементарных характеристик	48
2.5. Доказательство критерия эквивалентности булевых алгебр	51
Глава 3. Элементарная эквивалентность абелевых групп	57
3.1. Необходимые сведения об абелевых группах	58
3.2. Алгебраически компактные группы	66
3.3. Строение κ -насыщенных групп	68
3.4. Доказательство основной теоремы	76
Глава 4. Теорема Мальцева и ее обобщения	79
4.1. Элементарная эквивалентность групп $\text{PSL}_2(\mathbb{K})$	80
4.2. Переход к группе PSL_n	85
4.3. Поля характеристики, отличной от двух	88
4.4. Окончание доказательства для $\text{char } \mathbb{K} \neq 2$	93
4.5. Случай характеристики два	95
4.6. Доказательство теоремы Мальцева	98
4.7. Обобщение теоремы Мальцева	100
Глава 5. Иные эквивалентности алгебраических систем	107
5.1. Бесконечные языки $L_{\alpha, \omega}$	108
5.2. Языки с обобщенными кванторами	113
5.3. Языки логики второго порядка	119
5.4. Геометрическая эквивалентность алгебр	123
5.5. Рациональная, условно рациональная и неявная эквивалентность алгебр, (категорная) Морита-эквивалентность алгебр	144

Глава 6. Элементарная эквивалентность производных структур свободных алгебр и логика второго порядка	157
6.1. Элементарная эквивалентность производных структур множеств .	159
6.2. Элементарная эквивалентность решеток подалгебр свободных алгебр	166
6.3. Элементарная эквивалентность решеток конгруэнций свободных алгебр	176
6.4. Элементарная эквивалентность полугрупп преобразований свободных алгебр	184
6.5. Элементарная эквивалентность полугрупп эндоморфизмов свободных алгебр	194
6.6. Резюме, открытые проблемы и некоторые иные результаты об элементарной эквивалентности производных структур	207
Глава 7. Элементарная эквивалентность бесконечномерных линейных групп над телами	213
7.1. Формулировки основных результатов	213
7.2. Основные понятия и обозначения	215
7.3. Отношение cov	220
7.4. Определимость инволюций первого рода в логике первого порядка	222
7.5. Построение отношения «находиться между» ($\text{char } \mathbb{F} \neq 2$)	228
7.6. Построение отношения «находиться между» при $\text{char } \mathbb{F} = 2$	233
7.7. Построение отношения включения	237
7.8. Полулинейные группы	241
7.9. $\text{PGL}(V)$ определимо в $\text{PGL}(V)$	244
7.10. Преодоление проективности	250
7.11. Теории, интерпретируемые в $\text{Th}(\mathcal{P})$	252
7.12. Построение базиса	255
7.13. Теоремы о взаимной интерпретируемости	258
7.14. Элементарная эквивалентность категорий модулей над кольцами и следствия	263
Глава 8. Элементарная эквивалентность колец эндоморфизмов и групп автоморфизмов абелевых p-групп	267
8.1. Основные сведения, которые понадобятся нам в дальнейшем	268
8.2. Подготовительная работа в группе автоморфизмов	278
8.3. Подготовительная работа в кольце эндоморфизмов	282
8.4. Разделение задачи на случаи	284
8.5. Ограниченные p -группы	287
8.6. Прямые суммы делимых и ограниченных p -групп	299
8.7. Группы с неограниченной базисной подгруппой	303
8.8. Заключение: критерий элементарной эквивалентности	318

Глава 9. Обзор близких результатов	319
9.1. Элементарная и универсальная эквивалентность групп	321
9.2. Элементарная эквивалентность полей	326
9.3. Алгебры и классы с категоричной теорией	329
Литература	335
Предметный указатель	358