

# Оглавление

|                                                                                |    |
|--------------------------------------------------------------------------------|----|
| Предисловие ко второму изданию .....                                           | 3  |
| Глава I. Множества и действия над ними .....                                   | 5  |
| Что такое множество .....                                                      | 5  |
| Как задают множества .....                                                     | 6  |
| Брить или не брить? .....                                                      | 11 |
| Пустое множество .....                                                         | 15 |
| Теория множеств и школьная математика .....                                    | 16 |
| Подмножества .....                                                             | 20 |
| Теория множеств и комбинаторика .....                                          | 22 |
| Универсальное множество .....                                                  | 24 |
| Пересечение множеств .....                                                     | 24 |
| Сложение множеств .....                                                        | 29 |
| Разбиение множеств .....                                                       | 32 |
| Арифметика остатков .....                                                      | 33 |
| Вычитание множеств .....                                                       | 35 |
| Алгебра множеств .....                                                         | 36 |
| Планета мифов .....                                                            | 41 |
| Булевы алгебры .....                                                           | 45 |
| Глава II. В мире чудес бесконечного .....                                      | 48 |
| Тайны бесконечности .....                                                      | 48 |
| Необыкновенная гостиница, или тысяча первое путеше-<br>ствие Йона Тихого ..... | 51 |
| Как сравнивать множества .....                                                 | 59 |
| На танцплощадке .....                                                          | 60 |
| На каждый прилив — по отливу .....                                             | 61 |
| Равна ли часть целому? .....                                                   | 63 |
| Счетные множества .....                                                        | 65 |
| Алгебраические числа .....                                                     | 67 |
| Восьмерки на плоскости .....                                                   | 70 |
| Неравные множества .....                                                       | 72 |
| Счетное множество — самое маленькое из бесконечных .....                       | 74 |
| Несчетные множества .....                                                      | 75 |
| Несостоявшаяся перепись .....                                                  | 76 |
| Несчетность континуума .....                                                   | 78 |
| Существование трансцендентных чисел .....                                      | 80 |
| На длинном и коротком отрезках поровну точек .....                             | 81 |
| Отрезок и квадрат .....                                                        | 82 |

|                                                                                                  |            |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| Одна задача почему-то не выходит .....                                                           | 85         |
| Существует ли множество самой большой мощности? ....                                             | 86         |
| Арифметика бесконечного .....                                                                    | 88         |
| Возведение в бесконечную степень .....                                                           | 90         |
| По порядку номеров... ..                                                                         | 91         |
| Вполне упорядоченные множества .....                                                             | 92         |
| Непопятная аксиома .....                                                                         | 94         |
| Из одного яблока — два .....                                                                     | 96         |
| Конечные разбиения .....                                                                         | 97         |
| <b>Глава III. Удивительные функции и линии, или прогулки по математической кунсткамере .....</b> | <b>99</b>  |
| Как развивалось понятие функции .....                                                            | 99         |
| Джинн выходит из бутылки .....                                                                   | 102        |
| Мокрые точки .....                                                                               | 104        |
| Чертова лестница .....                                                                           | 107        |
| Колючая линия .....                                                                              | 109        |
| Замкнутая линия бесконечной длины .....                                                          | 112        |
| Математический ковер .....                                                                       | 114        |
| Евклид отказывает в помощи .....                                                                 | 117        |
| Нужны ли строгие определения? .....                                                              | 118        |
| Линия — след движущейся точки .....                                                              | 120        |
| Теорема очевидна, доказательство — нет .....                                                     | 122        |
| Кривая проходит через все точки квадрата .....                                                   | 123        |
| Все лежало в развалинах .....                                                                    | 125        |
| Как делают статуи .....                                                                          | 126        |
| Континуумы .....                                                                                 | 128        |
| Канторовы линии .....                                                                            | 129        |
| Всегда ли площадь линии равна нулю? .....                                                        | 130        |
| Области без площади .....                                                                        | 132        |
| Неожиданные примеры .....                                                                        | 134        |
| Области и границы .....                                                                          | 135        |
| Большие ирригационные работы .....                                                               | 136        |
| «Недиссертательная» тема .....                                                                   | 138        |
| Индуктивное определение размерности .....                                                        | 139        |
| Работу надо не рецензировать, а печатать! .....                                                  | 141        |
| <b>Заключение .....</b>                                                                          | <b>144</b> |
| <b>Примеры и упражнения .....</b>                                                                | <b>145</b> |