

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	7
-----------------------	---

ЧАСТЬ I. ОСНОВЫ АЛГЕБРЫ

Глава 1. Множества и отображения

§ 1. Операции над подмножествами. Подсчет числа элементов	11
§ 2. Число отображений и подмножеств, биномиальные коэффициенты	12
§ 3. Перестановки	14
§ 4. Рекуррентные соотношения. Математическая индукция	17
§ 5. Суммирование	20

Глава 2. Арифметические пространства и линейные уравнения

§ 6. Арифметические пространства	21
§ 7. Ранг матрицы	24
§ 8. Системы линейных уравнений	28

Глава 3. Определители

§ 9. Определители второго и третьего порядков	35
§ 10. Выражение определителя. Индуктивное определение	35
§ 11. Основные свойства определителя	37
§ 12. Разложение определителя по строке и столбцу	39
§ 13. Определители и элементарные преобразования	40
§ 14. Вычисление определителей специального вида	43
§ 15. Определитель произведения матриц	44
§ 16. Дополнительные задачи	45

Глава 4. Матрицы

§ 17. Действия над матрицами	50
§ 18. Матричные уравнения. Обратная матрица	54
§ 19. Матрицы специального вида	57

Глава 5. Комплексные числа

§ 20. Комплексные числа в алгебраической форме	61
§ 21. Комплексные числа в тригонометрической форме	62
§ 22. Корни из комплексных чисел и многочлены деления круга	64
§ 23. Вычисления с помощью комплексных чисел	67
§ 24. Связь комплексных чисел с геометрией на плоскости	69

Глава 6. Многочлены

§ 25. Деление с остатком и алгоритм Евклида	73
§ 26. Простые и кратные корни над полями нулевой харак- теристики	74
§ 27. Разложение на неприводимые множители над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$	76
§ 28. Многочлены над полем рациональных чисел и над конечными полями	77
§ 29. Рациональные дроби	80
§ 30. Интерполяция	81
§ 31. Симметрические многочлены и формулы Виета	83
§ 32. Результант и дискриминант	88
§ 33. Распределение корней	89

ЧАСТЬ II.**ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ****Глава 7. Векторные пространства**

§ 34. Понятие векторного пространства. Базисы	93
§ 35. Подпространства	96
§ 36. Линейные функции и отображения	102

Глава 8. Билинейные и квадратичные функции

§ 37. Общие билинейные и полуторалинейные функции	105
§ 38. Симметрические билинейные, эрмитовы и квадратич- ные функции	114

Глава 9. Линейные операторы

- § 39. Определение линейного оператора. Образ, ядро, матрица линейного оператора 120
- § 40. Собственные векторы, инвариантные подпространства, корневые подпространства 124
- § 41. Жорданова форма и ее приложения. Минимальный многочлен 129
- § 42. Нормированные пространства. Неотрицательные матрицы 136

Глава 10. Метрические векторные пространства

- § 43. Геометрия метрических пространств 141
- § 44. Сопряженные и нормальные операторы 148
- § 45. Самосопряженные операторы. Приведение квадратичных функций к главным осям 153
- § 46. Ортогональные и унитарные операторы. Полярное разложение 157

Глава 11. Тензоры

- § 47. Основные понятия 162
- § 48. Симметрические и кососимметрические тензоры 164

Глава 12. Аффинная, евклидова и проективная геометрия

- § 49. Аффинные пространства 167
- § 50. Выпуклые множества 173
- § 51. Евклидовы пространства 178
- § 52. Гиперповерхности второго порядка 183
- § 53. Проективные пространства 189

ЧАСТЬ III.**ОСНОВНЫЕ СТРУКТУРЫ АЛГЕБРЫ****Глава 13. Группы**

- § 54. Алгебраические операции. Полугруппы 194
- § 55. Понятие группы. Изоморфизм групп 195
- § 56. Подгруппы, порядок элемента группы. Смежные классы 201
- § 57. Действие группы на множестве. Отношение сопряженности 206

§ 58. Гомоморфизмы и нормальные подгруппы. Фактор- группы, центр	212
§ 59. Силовские подгруппы. Группы малых порядков	217
§ 60. Прямые произведения и прямые суммы. Абелевы группы	219
§ 61. Порождающие элементы и определяющие соотношения	225
§ 62. Разрешимые группы	229
Глава 14. Кольца	
§ 63. Кольца и алгебры	233
§ 64. Идеалы, гомоморфизмы, факторкольца	239
§ 65. Специальные классы алгебр	250
§ 66. Поля	256
§ 67. Расширения полей. Теория Галуа	260
§ 68. Конечные поля	272
Глава 15. Элементы теории представлений	
§ 69. Представления групп. Основные понятия	275
§ 70. Представления конечных групп	280
§ 71. Групповые алгебры и модули над ними	285
§ 72. Характеры представлений	290
§ 73. Первоначальные сведения о представлениях непре- рывных групп	296
Ответы и указания	299
Приложение. Теоретические сведения	
§ I. Аффинная и евклидова геометрия	388
§ II. Гиперповерхности второго порядка	390
§ III. Проективные пространства	392
§ IV. Тензоры	393
§ V. Элементы теории представлений	394
§ VI. Список определений	396
§ VII. Список обозначений	401