

Оглавление

Оглавление	3
Предисловие	8
Введение	13
Глава 1. Общие сведения о решении задач на построение	19
§ 1.1. Задачи на геометрические построения	19
§ 1.2. Связи и конфигурации	27
1. Две точки	27
2. Точка и прямая	27
3. Две прямые	28
4. Прямая MN и две точки A и B	28
5. Точка и окружность	29
6. Прямая и окружность	30
7. Угол и точка	30
8. Угол и прямая	31
9. Окружность (O, R) , прямая MN и точка P на этой прямой	31
10. Две окружности (два круга)	32
11. Точка P на окружности (O, r) и прямая MN	32
12. Прямая AB и две параллельные прямые CD и EF	33
13. Окружность S и две параллельные прямые AB и CD	34
14. Окружность S и угол α	34
§ 1.3. Общие точки двух геометрических фигур	36
§ 1.4. Определение положения геометрической фигуры	38
1. Точка	38
2. Прямая и отрезок прямой	40
3. Угол	40
4. Окружность	40
Задачи для самостоятельного решения (во всех случаях исследуйте вопрос существования решения)	43
§ 1.5. Задачи на построение углов и отрезков	43
§ 1.6. Задачи на построение некоторых множеств точек, встречающихся в сложных задачах	45
Решения задач из главы 1	47
Глава 2. Простейшие задачи на геометрические построения	59
§ 2.1. Элементарные построения	59
§ 2.2. Основные построения (простейшие задачи)	61
Задачи	71
Задачи для самостоятельного решения	72
Решения задач из главы 2	73

Глава 3. Общие требования к решению задач на построение	80
§ 3.1. Схема решения геометрических задач на построение	80
§ 3.2. Основные этапы в решении задач на построение	82
1. Пояснительный рисунок	82
2. Анализ	83
3. Построение	87
4. Доказательство	87
5. Исследование	88
§ 3.3. Пример решения геометрической задачи на построение	90
Задачи	103
§ 3.4. Геометрические софизмы	104
Решения задач из главы 3	107
Глава 4. Методы решения геометрических задач на построение	109
§ 4.1. Введение	109
§ 4.2. Решение геометрических задач на построение методом пересечений	113
Задачи	120
§ 4.3. Решение геометрических задач на построение методом параллельного переноса и поворота	120
§ 4.4. Решение геометрических задач на построение методом симметрии	128
§ 4.5. Решение геометрических задач на построение методом спрямления	132
§ 4.6. Решение геометрических задач на построение методом подобия	136
§ 4.7. Решение геометрических задач на построение методом обратности	142
Решения задач из главы 4	145
Глава 5. Алгебраический метод решения геометрических задач на построение	165
§ 5.1. Введение	165
§ 5.2. Решение простейших задач на построение алгебраическим методом	167
Задачи	175
§ 5.3. Отношение отрезков	177
1. Отношение $m : n : p$	177
2. Отношения $a^2 : b^2, a^3 : b^3$ и т. п.	178
3. Отношения $\sqrt{a} : \sqrt{b}, \sqrt[4]{a} : \sqrt[4]{b}$ и т. д.	180
Решения задач из главы 5	182
Глава 6. Построение отрезков, многоугольников и окружностей	195
§ 6.1. Построение отрезков и углов	195
§ 6.2. Построение треугольников	200
Задачи	210
§ 6.3. Построение четырехугольников	211
1. Построение квадрата	211
Задачи	212
2. Построение прямоугольника	213
3. Построение ромба	214

4. Построение параллелограмма	214
5. Построение трапеции	218
6. Построение произвольных четырехугольников	223
§ 6.4. Построение окружности и ее частей	229
§ 6.5. Решение сложных задач на построение на плоскости	236
Решения задач из главы 6	258
Глава 7. Построение правильных многоугольников	334
§ 7.1. Простейшие задачи на построение правильных многоугольников	334
I. Построение квадрата	334
Задачи для самостоятельного решения	335
II. Построение правильного шестиугольника и равностороннего треугольника	335
Задачи для самостоятельного решения	336
Упражнения для самостоятельного построения	337
§ 7.2. Задача об отыскании общего метода построения правильных многоугольников	337
§ 7.3. Построение правильного пятиугольника	339
Задачи для самостоятельного решения	341
§ 7.4. О невозможности построения при помощи циркуля и линейки правильного семиугольника	342
Задачи	344
Решения задач из главы 7	344
Глава 8. Основные построения в пространстве	348
§ 8.1. Изображение пространственных фигур	348
Задачи	355
§ 8.2. Общие принципы построения в пространстве	356
Задачи	359
§ 8.3. Основные методы построения в пространстве	359
Задачи	361
Задачи	363
Задачи	365
§ 8.4. Построение сечений многогранников и круглых тел	366
Задачи	367
§ 8.5. Построение правильных многогранников	369
Решения задач из главы 8	370
Глава 9. Неразрешимость классических задач на построение	384
§ 9.1. Трисекция угла	384
§ 9.2. Удвоение куба	387
§ 9.3. Квадратура круга	387
§ 9.4. Невозможность построения треугольника по трем ее биссектрисам	388
Глава 10. Построение геометрических фигур в зависимости от принятых инструментов	391
§ 10.1. Использование различных инструментов при решении геометрических задач на построение	391
§ 10.2. Решение задач на построение одним циркулем	393
I. Построение параллельных и перпендикулярных прямых	395

II. Деление окружности на равные части и построение правильных многоугольников	397
III. Сложение, вычитание, умножение и деление отрезков	402
IV. Построение центра окружности	405
V. Умножение и деление углов. Построение пропорциональных отрезков	406
§ 10.3. Решение задач на построение одной линейкой с привлечением какой-то дополнительной фигуры	407
I. Примеры задач, решаемых одной линейкой	407
II. Использование теоремы о пересечении высот треугольника в одной точке для построения одной линейкой	410
III. Применение свойства трапеции к построениям одной линейкой	413
Приложение 1.	416
I. Свойства геометрических фигур	416
I. Свойства геометрических фигур на плоскости	416
1. Прямая и ее элементы	416
2. Угол	419
3. Многоугольник	421
4. Треугольник	422
5. Параллелограмм	425
6. Прямоугольник	426
7. Ромб и квадрат	426
8. Трапеция	427
9. Окружность и круг. Элементы окружности и круга	428
10. Взаимное расположение прямой и окружности. Взаимное расположение двух окружностей	432
11. Вписанные и описанные многоугольники	433
II. Свойства геометрических фигур в пространстве	434
II. Изображения пространственных фигур	434
1. Плоскость и ее свойства	435
2. Взаимное расположение прямой и плоскости	436
3. Параллельность прямых и плоскостей	437
4. Угол между прямыми в пространстве	438
5. Перпендикуляр и наклонная к плоскости	438
6. Свойства параллельности и перпендикулярности прямых и плоскостей	439
7. Двугранные и многогранные углы. Угол между плоскостями	440
8. Многогранники	441
8.1. Призма	442
8.2. Параллелепипед	443
8.3. Пирамида	444
8.4. Усеченная пирамида	445
8.5. Правильные многогранники	446
9. Круглые тела	448
9.1. Цилиндр	448
9.2. Конус	449
9.3. Усеченный конус	449

Оглавление	7
------------	---

9.4. Сфера и шар	450
9.5. Части шара	451
Приложение 2. Геометрические преобразования и их свойства	454
1. Перемещения	454
2. Параллельный перенос	455
3. Осевая симметрия	456
3. Поворот. Центральная симметрия	457
4. Гомотетия. Подобие	458
Литература	460