

Рецензенты:

Академик РАН А.Г. Куликовский;

Ведущий научный сотрудник

НИИ «Курчатовский институт» С.Н. Бурмистров

В.В. Веденеев

Математическая теория устойчивости плоскопараллельных течений и развитие турбулентности: Учебное пособие / В.В. Веденеев — Долгопрудный: Издательский Дом «Интеллект», 2016. — 152 с.

ISBN 978-5-91559-218-5

В учебном пособии последовательно излагается линейная теория устойчивости плоскопараллельных течений несжимаемой жидкости.

Рассмотрены как классические разделы — невязкая и вязкая теория устойчивости — так и современная теория алгебраической неустойчивости. Отдельное внимание уделено развитию локализованных возмущений и теории абсолютной и конвективной неустойчивости.

Изложение ведется с подробными доказательствами всех теорем и утверждений, отсутствующими в другой русскоязычной литературе.

Отдельная глава посвящена имеющимся экспериментальным данным об устойчивости различных течений и обсуждению их соответствия теоретическим результатам. Изложены современные представления о стадиях перехода к турбулентности и роли линейной теории устойчивости.

Книга предназначена для студентов, аспирантов и научных работников механико-математических, физических и технических специальностей.

ISBN 978-5-91559-218-5

© 2016, В.В. Веденеев

© 2016, ООО Издательский Дом
«Интеллект», оригинал-макет,
оформление

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	6
Введение	8
Глава 1. Установившиеся плоскопараллельные течения	13
1.1. Точные решения уравнений Навье–Стокса	13
1.1.1. Плоское течение Пуазейля	14
1.1.2. Плоское течение Куэтта	14
1.2. Приближенные решения уравнений Навье–Стокса	15
1.2.1. Вывод уравнений Прандтля	15
1.2.2. Аэродинамический след за телом	17
1.2.3. Пограничный слой Блазиуса	18
1.2.4. Затопленная струя	20
Глава 2. Вывод уравнений для возмущений течения жидкости	23
2.1. Возмущения в виде бегущих волн	23
2.2. Теорема Сквайера	27
2.3. Уравнения Орра–Зоммерфельда и Рэлея	28
Глава 3. Невязкая теория устойчивости	30
3.1. Необходимые и достаточные условия устойчивости	31
3.1.1. Теорема Рэлея о точке перегиба	31
3.1.2. Теорема Фьёртофта	31
3.1.3. Нейтральная мода	33
3.1.4. Контрпример достаточности условий Рэлея и Фьёртофта	35
3.1.5. Случаи, когда наличие точки перегиба достаточно для существования нейтрального возмущения	35
3.1.6. Существование растущей моды в окрестности нейтральной	36
3.1.7. Условия устойчивости: выводы	39

3.2. Теорема Ховарда о полукруге	39
3.3. Уравнение Рэлея в окрестности критической точки. Регулярное и сингулярное решения	41
3.4. Решение уравнения Рэлея в виде ряда по степеням α^2	43
3.5. Устойчивость течений с кусочно-линейными профилями скорости	46
3.6. Развитие произвольного возмущения с заданными начальными условиями	51
Глава 4. Вязкая теория устойчивости	62
4.1. Возмущения при малых числах Рейнольдса	62
4.2. Достаточные условия устойчивости	64
4.3. Возмущения при больших числах Рейнольдса	67
4.3.1. Решения вне окрестности точки поворота	67
4.3.2. Решения в окрестности точки поворота	72
4.3.3. Вязкая поправка невязкого сингулярного решения	77
4.3.4. Задача на собственные значения	80
4.3.5. Результаты расчетов нейтральной кривой	82
4.3.6. Асимптотическое поведение ветвей нейтральной кривой и структура собственных функций при $R \rightarrow \infty$	84
4.4. Спектр собственных значений: обзор результатов расчетов	90
Глава 5. Экспериментальное подтверждение теоретических результатов	95
5.1. Эксперименты по переходу к турбулентности в пограничных слоях	95
5.2. Стадии перехода к турбулентности	102
5.3. Обзор результатов для других течений	107
5.3.1. Плоское течение Пуазейля	107
5.3.2. Плоское течение Куэтта	109
5.3.3. Осесимметричное течение Пуазейля	110
Глава 6. Алгебраическая неустойчивость	112
6.1. Уравнения Орра–Зоммерфельда и Сквайера для трехмерных возмущений	112
6.2. Невязкая теория	116
6.3. Вязкая теория	119
6.3.1. Модельная задача	119
6.3.2. Вязкий аналог алгебраической неустойчивости	122
6.3.3. Роль неортогональности собственных функций	124
6.3.4. Оптимальные возмущения: результаты расчетов для неко- торых течений	125
6.4. Роль экспоненциальной и алгебраической неустойчивости при пе- реходе к турбулентности	131

Глава 7. Абсолютная и конвективная неустойчивость	133
7.1. Метод Лапласа	135
7.2. Метод перевала	136
7.3. Развитие локализованного возмущения	140
7.4. Альтернативный критерий отбора седловых точек	142
7.5. Обзор результатов исследований для некоторых течений	145
Литература	150