

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	9
-------------------	---

ВВЕДЕНИЕ

§ 1. Действительные числа	11
1. Основные числовые системы	11
2. Числовые неравенства.	13
3. Модуль.	15
4. Расширенная числовая прямая.....	17
5. Границы числовых множеств.	18
6. Операции над числами.	26
7. Корень. Возведение в степень.....	28
8. Промежутки.....	33
§ 2. Функции типа $R \rightarrow R$.....	37
1. Некоторые важные свойства.	37
а) Чётность-нечётность.	37
б) Периодичность.	38
с) Монотонность.....	40
д) Ограниченность.....	42
2. Элементарные функции.....	43
3. Построение графиков.	50

ГЛАВА I

ПРЕДЕЛЫ.....	59
§ 1. Предел последовательности	59
1. Последовательность.....	59
2. Подпоследовательность.....	60
3. Предел последовательности.....	61
4. Частичный предел.....	68
5. Бесконечно-малые и бесконечно-большие.....	71
§ 2. Пределы функций типа $R \rightarrow R$.....	72
1. Основные понятия.....	72
2. Бесконечно-малые и бесконечно-большие.....	83
§ 3. Простейшие теоремы.....	84
1. Наипростейшие теоремы.....	84
2. Влияние арифметических операций на предел.....	86
3. Замена на эквивалентную.....	100
4. Сравнение бесконечно-малых (бесконечно-больших).....	102
§ 4. Основные теоремы о пределах.....	108
1. Теорема о пределе монотонной функции.....	108
2. Лемма о вложенных сегментах.....	111
3. Лемма Больцано–Вейерштрасса.....	112
4. Критерий сходимости.....	113
§ 5. Число e.....	119

ГЛАВА II

НЕПРЕРЫВНОСТЬ..... 125

- § 1. Простейшие теоремы..... 126
 - 1. Основные понятия..... 126
 - 2. Непрерывность элементарных функций..... 132
 - 3. Интермедия 1..... 139
- § 2. Основные теоремы о непрерывных функциях..... 144
 - 1. Теорема о промежуточном значении. 144
 - 2. Теорема об ограниченности. 150
 - 3. Теорема о достижении точных границ. 151
 - 4. Теорема о равномерной непрерывности..... 152

ГЛАВА III

ПРОИЗВОДНАЯ 157

- § 1. Простейшие теоремы..... 157
 - 1. Основные понятия..... 157
 - 2. Касательная..... 163
 - 3. Дифференцирование элементарных функций..... 166
 - 4. Производные числа высших порядков..... 175
- § 2. Основные теоремы дифференциального исчисления 178
 - 1. Теорема о промежуточном значении. 178
 - 2. Теорема о конечных приращениях..... 178
 - 3. Теорема Тейлора–Пеано..... 183
 - 4. Интермедия 2..... 187
 - 5. Теорема Тейлора–Лагранжа..... 189
- § 3. Приложения производной..... 192
 - 1. Монотонность. 192
 - 2. Раскрытие неопределённости..... 196
 - 3. Построение графиков. 202
 - а) Экстремумы. 202
 - б) Вогнутость. Точки перегиба. 205
 - с) Асимптоты. 209
 - д) Построение графиков. 210

ДОПОЛНЕНИЯ

ГЛАВА IV

НЕОПРЕДЕЛЁННЫЙ ИНТЕГРАЛ 215

§ 1. Первообразная 215

§ 2. Неопределённый интеграл 217

ГЛАВА V

ОПРЕДЕЛЁННЫЙ ИНТЕГРАЛ 219

§ 1. Основные понятия 219

§ 2. Основные теоремы интегрального исчисления 224

§ 3. Площадь 226

ГЛАВА VI

СУММИРОВАНИЕ И ПЕРЕМНОЖЕНИЕ ЧИСЛОВЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ 227

§ 1. Основные понятия 227

1. Суммирование. 227

2. Перемножение. 230

§ 2. Соотношение с традиционным языком 234

ГЛАВА VII

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ: ПРЕДЕЛ, СУММА, ПРОИЗВЕДЕНИЕ 237

§ 1. Основные понятия 237

§ 2. Основные теоремы 240

§ 3. Степенные ряды 241

ГЛАВА VIII

НЕСОБСТВЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ 245

§ 1. Несобственный интеграл с бесконечными пределами 245

§ 2. Несобственный интеграл от неограниченной функции 248

ПРИЛОЖЕНИЯ

1. ГЛАВА IX	
ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ПРЕДЕЛОВ	253
§ 1. Предельные отношения	253
§ 2. Предел функции	254
§ 3. Определённый интеграл	260
2. Программа	261
Примечания	270
Упомянутая литература	271
Указатель терминов	273
Указатель обозначений	284

Математический анализ изучает функции типа $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ (функции одной вещественной переменной) и функции типа $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ (функции нескольких переменных). В данном пособии рассматриваются только функции типа $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

Главные понятия математического анализа — непрерывность, предел, интеграл, ряд. В основной части книги даны главы I — III, рассматривающие только первую часть понятий.

Часть IV содержит основные понятия и теоремы «Углублённой математики» — главы IV — VI.

Указатель терминов дан в Приложении. Составлена библиография (главы VII — IX). Дешевые копии этой книги можно купить в издательстве ГИИТ (1995) 001-28-473.