

Оглавление

Предисловие	3
Основные обозначения	5

ГЛАВА I. ЧИСЛА И МНОЖЕСТВА

§ 1. Множества и отображения	7
1 ⁰ . Множества	7
2 ⁰ . Символы	8
3 ⁰ . Отображения	9
4 ⁰ . Композиция отображений	11
§ 2. Числа и числовые множества	13
1 ⁰ . Натуральные и целые числа	13
2 ⁰ . Рациональные числа	14
3 ⁰ . Действительные числа	16
4 ⁰ . Счетные и несчетные множества	19
5 ⁰ . Границы числовых множеств	21
6 ⁰ . Перестановки и сочетания	22
7 ⁰ . Бином Ньютона	24
8 ⁰ . Задания для самостоятельного выполнения	25
§ 3. Точки и множества на плоскости и в пространстве	28
1 ⁰ . Системы координат на плоскости и в пространстве ...	28
2 ⁰ . Декартово произведение множеств	31
3 ⁰ . Задания для самостоятельного выполнения	32
§ 4. Комплексные числа	36
1 ⁰ . Определение комплексных чисел	36
2 ⁰ . Алгебраическая форма комплексных чисел	37
3 ⁰ . Геометрическое представление и тригонометрическая форма комплексных чисел	38
4 ⁰ . Задания для самостоятельного выполнения	42

ГЛАВА II. ЭЛЕМЕНТЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ

§ 5. Матрицы	44
1 ⁰ . Матрицы	44
2 ⁰ . Линейные операции	46
3 ⁰ . Произведение матриц	49
4 ⁰ . Задания для самостоятельного выполнения	54

§ 6. Определители	58
1 ⁰ . Определители	58
2 ⁰ . Свойства определителей	61
3 ⁰ . Обратная матрица	63
4 ⁰ . Ранг матрицы	65
5 ⁰ . Задания для самостоятельного выполнения	67
§ 7. Методы решения систем линейных уравнений	71
1 ⁰ . Матричная запись линейной системы	71
2 ⁰ . Использование обратной матрицы	73
3 ⁰ . Метод Крамера	73
4 ⁰ . Метод Гаусса	75
5 ⁰ . Структура решений линейной системы	80
6 ⁰ . Задача о межотраслевом балансе	81
7 ⁰ . Задания для самостоятельного выполнения	83
§ 8. Векторы	85
1 ⁰ . Векторы на плоскости и в пространстве	85
2 ⁰ . Базис на плоскости и в пространстве	87
3 ⁰ . Линейная зависимость векторов в пространстве	92
4 ⁰ . Скалярное произведение векторов	93
5 ⁰ . Векторное произведение векторов	95
6 ⁰ . Задания для самостоятельного выполнения	97
§ 9. Векторное n -мерное пространство	100
1 ⁰ . n -мерные векторы	100
2 ⁰ . Базис векторного пространства	103
3 ⁰ . Связь между координатами вектора в разных базисах	104
4 ⁰ . Линейные отображения векторных пространств	106
5 ⁰ . Линейные преобразования векторных пространств	109
6 ⁰ . Задания для самостоятельного выполнения	114

ГЛАВА III. ЭЛЕМЕНТЫ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ

§ 10. Прямая	116
1 ⁰ . Векторное уравнение прямой	116
2 ⁰ . Прямая на плоскости	117
3 ⁰ . Уравнение прямой в общей форме	119
4 ⁰ . Уравнение прямой в нормальной форме	121
5 ⁰ . Отклонение точки от прямой	123

6 ⁰ . Линейные неравенства	125
7 ⁰ . Задания для самостоятельного выполнения	126
§ 11. Плоскость	130
1 ⁰ . Задание плоскости	130
2 ⁰ . Уравнение плоскости в общей форме	133
3 ⁰ . Уравнение плоскости в нормальной форме	134
4 ⁰ . Отклонение точки от плоскости	136
5 ⁰ . Линейные неравенства с тремя неизвестными	136
6 ⁰ . Прямая в пространстве как линия пересечения двух плоскостей	137
7 ⁰ . Задания для самостоятельного выполнения	140
§ 12. Кривые второго порядка	142
1 ⁰ . Окружность и эллипс	142
2 ⁰ . Гипербола	144
3 ⁰ . Парабола	147
4 ⁰ . Задания для самостоятельного выполнения	150
§ 13. Преобразование координатной системы	153
1 ⁰ . Параллельный перенос системы координат	153
2 ⁰ . Поворот системы координат	154
3 ⁰ . Общее уравнение кривой второго порядка	156
4 ⁰ . Задания для самостоятельного выполнения	158

ГЛАВА IV. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

§ 14. Числовые последовательности	161
1 ⁰ . Числовая последовательность	161
2 ⁰ . Бесконечно малые последовательности	163
3 ⁰ . Сходящиеся последовательности	167
4 ⁰ . Бесконечные пределы	170
5 ⁰ . Монотонные последовательности	171
6 ⁰ . Критерий Коши сходимости последовательности	173
7 ⁰ . Задания для самостоятельного выполнения	174
§ 15. Начисление процентов	176
1 ⁰ . Простые проценты	176
2 ⁰ . Сложные проценты	177
3 ⁰ . Непрерывное начисление процентов	178
4 ⁰ . Дисконтирование	179
5 ⁰ . Задания для самостоятельного выполнения	181

ГЛАВА V. ПРЕДЕЛЫ И НЕПРЕРЫВНОСТЬ ФУНКЦИЙ

§ 16. Функции	184
1 ⁰ . Функция	184
2 ⁰ . Элементарные функции	185
3 ⁰ . Неявное задание функций	190
4 ⁰ . Параметрическое задание функций	191
5 ⁰ . Другие способы задания функций	192
6 ⁰ . Линейное интерполирование	194
7 ⁰ . Задания для самостоятельного выполнения	195
§ 17. Предел функции	198
1 ⁰ . Окрестность точки	198
2 ⁰ . Предел функции в точке	198
3 ⁰ . Критерий Гейне	199
4 ⁰ . Односторонние пределы	202
5 ⁰ . Пределы на бесконечности, бесконечные пределы и условная арифметика	204
6 ⁰ . Замечательные пределы	207
7 ⁰ . Сравнение функций	210
8 ⁰ . Локально эквивалентные функции	211
9 ⁰ . Задания для самостоятельного выполнения	212
§ 18. Непрерывность	215
1 ⁰ . Непрерывность функции в точке	215
2 ⁰ . Непрерывность композиции	216
3 ⁰ . Локальные свойства непрерывных функций	217
4 ⁰ . Функции, непрерывные на множестве	218
5 ⁰ . Точки разрыва	220
6 ⁰ . Задания для самостоятельного выполнения	222

ГЛАВА VI. ДИФФЕРЕНЦИРУЕМОСТЬ

§ 19. Производная и дифференциал	224
1 ⁰ . Дифференцируемость функции	224
2 ⁰ . Дифференциал	227
3 ⁰ . Арифметика производных и дифференциалов	228
4 ⁰ . Производная и дифференциал композиции функций	230
5 ⁰ . Производная обратной функции	231
6 ⁰ . Дифференцирование основных элементарных функций	232

7 ⁰ . Бесконечные производные	237
8 ⁰ . Односторонние производные	238
9 ⁰ . Задания для самостоятельного выполнения	239
§ 20. Производные и дифференциалы высших порядков ...	242
1 ⁰ . Производные произвольного порядка	242
2 ⁰ . Арифметика производных n -го порядка	243
3 ⁰ . Производные порядка n основных элементарных функций	243
4 ⁰ . Дифференциалы произвольного порядка	245
5 ⁰ . Дифференцирование функций, заданных параметрически	246
6 ⁰ . Дифференцирование неявных функций	248
7 ⁰ . Задания для самостоятельного выполнения	249
§ 21. Приращения функций	250
1 ⁰ . Стационарные точки	250
2 ⁰ . Конечные приращения	252
3 ⁰ . Правила Лопитала	255
4 ⁰ . Эластичность функции	258
5 ⁰ . Приближенные вычисления	261
6 ⁰ . Задания для самостоятельного выполнения	262
§ 22. Формула Тейлора	263
1 ⁰ . Многочлен Тейлора	263
2 ⁰ . Формула Тейлора	264
3 ⁰ . Остаточный член формулы Тейлора	265
4 ⁰ . Основные разложения	266
5 ⁰ . Использование формулы Тейлора	270
6 ⁰ . Задания для самостоятельного выполнения	271
§ 23. Монотонность и экстремумы	273
1 ⁰ . Монотонные функции	273
2 ⁰ . Монотонность дифференцируемой функции	274
3 ⁰ . Локальный экстремум	275
4 ⁰ . Достаточные условия локального максимума и локального минимума	276
5 ⁰ . Острый экстремум	281
6 ⁰ . Глобальный экстремум	281
7 ⁰ . Задания для самостоятельного выполнения	284
§ 24. Выпуклые функции	285
1 ⁰ . Определение выпуклой функции	285
2 ⁰ . Выпуклость дифференцируемой функции	286

3 ⁰ . Экономический смысл выпуклости	288
4 ⁰ . Перегибы	288
5 ⁰ . Задания для самостоятельного выполнения	291
§ 25. Комплексное исследование функции	291
1 ⁰ . Асимптоты	291
2 ⁰ . План исследования функции	295
3 ⁰ . Задания для самостоятельного выполнения	298

ГЛАВА VII. ПЕРВООБРАЗНАЯ И ИНТЕГРАЛ

§ 26. Неопределенный интеграл	300
1 ⁰ . Первообразная	300
2 ⁰ . Произвольная постоянная	302
3 ⁰ . Таблица первообразных	304
4 ⁰ . Неберущиеся интегралы	305
5 ⁰ . Использование линейности интеграла	306
6 ⁰ . Замена переменных	307
7 ⁰ . Интегрирование по частям	308
8 ⁰ . Задания для самостоятельного выполнения	311
§ 27. Многочлены и рациональные функции	313
1 ⁰ . Многочлены	313
2 ⁰ . Рациональные функции	315
3 ⁰ . Интегрирование рациональных функций	318
4 ⁰ . Рациональные функции двух переменных	321
5 ⁰ . Задания для самостоятельного выполнения	321
§ 28. Методы рационализации	324
1 ⁰ . Вычисление интегралов вида $\int R\left(x, \sqrt[m]{\frac{ax+b}{cx+d}}\right) dx$	324
2 ⁰ . Вычисление $\int R(x, \sqrt{ax^2+bx+c}) dx$	325
3 ⁰ . Вычисление $\int R(\cos x, \sin x) dx$	327
4 ⁰ . Задания для самостоятельного выполнения	330
§ 29. Определенный интеграл	331
1 ⁰ . Интегральная сумма и интеграл	331
2 ⁰ . Условия интегрируемости	333
3 ⁰ . Свойства определенного интеграла	337
§ 30. Вычисление определенного интеграла	341
1 ⁰ . Интеграл с переменным верхним пределом	341

2 ⁰ . Формула Ньютона–Лейбница	342
3 ⁰ . Замена переменной в определенном интеграле	344
4 ⁰ . Интегрирование по частям определенного интеграла	346
5 ⁰ . Несобственные интегралы	347
6 ⁰ . Приложения интеграла	351
7 ⁰ . Задания для самостоятельного выполнения	352

ГЛАВА VIII. ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

§ 31. Функция n переменных	356
1 ⁰ . Множества в \mathbf{R}^n	356
2 ⁰ . Числовая функция n переменных	358
3 ⁰ . Предел функции	359
4 ⁰ . Непрерывность	361
5 ⁰ . Свойства непрерывных функций	362
6 ⁰ . Задания для самостоятельного выполнения	364
§ 32. Дифференцируемые функции	365
1 ⁰ . Дифференцируемость функции нескольких переменных	365
2 ⁰ . Частные производные высших порядков	368
3 ⁰ . Дифференциалы	369
4 ⁰ . Формула Тейлора	372
5 ⁰ . Производная по направлению	374
6 ⁰ . Градиент	376
7 ⁰ . Задания для самостоятельного выполнения	377
§ 33. Экстремумы функции n переменных	380
1 ⁰ . Локальные экстремумы	380
2 ⁰ . Исследование стационарных точек	381
3 ⁰ . Условный экстремум	385
4 ⁰ . Глобальный экстремум	388
5 ⁰ . Задания для самостоятельного выполнения	389

ГЛАВА IX. РЯДЫ

§ 34. Числовые ряды	392
1 ⁰ . Числовой ряд	392
2 ⁰ . Общие принципы сходимости	394
3 ⁰ . Положительные ряды	395

4 ⁰ . Знакопеременные ряды	402
5 ⁰ . Задания для самостоятельного выполнения	404
§ 35. Степенные ряды	408
1 ⁰ . Степенной ряд	408
2 ⁰ . Радиус сходимости степенного ряда	409
3 ⁰ . Разложение функций в степенной ряд	412
4 ⁰ . Основные разложения	413
5 ⁰ . Задания для самостоятельного выполнения	415

ГЛАВА X. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО И ВТОРОГО ПОРЯДКОВ

§ 36. Уравнения первого порядка	417
1 ⁰ . Основные сведения	417
2 ⁰ . Дифференциальные уравнения первого порядка ...	418
3 ⁰ . Замена переменных в дифференциальных уравнениях	422
4 ⁰ . Линейное дифференциальное уравнение первого порядка	427
5 ⁰ . Задания для самостоятельного выполнения	428
§ 37. Уравнения второго порядка	429
1 ⁰ . Линейное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами	429
2 ⁰ . Решение однородного уравнения	430
3 ⁰ . Пространство решений однородного уравнения	431
4 ⁰ . Решение неоднородного уравнения	431
5 ⁰ . Модель равновесного рынка с прогнозируемыми ценами	434
6 ⁰ . Задания для самостоятельного выполнения	436
Основные формулы	438
Ответы	443
Литература	474
Указатель	475