

# ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие .....	9
<b>Глава 1. Элементарная математика .....</b>	<b>10</b>
1.1. Элементы теории множеств и арифметика .....	10
1.1.1. Множества и действия над ними.....	10
1.1.2. Элементы математической логики.....	14
1.1.3. Натуральные числа .....	15
1.1.4. Целые числа.....	24
1.1.5. Рациональные числа .....	27
1.1.6. Пропорции и проценты .....	36
1.1.7. Иррациональные и действительные числа. Числовые множества .....	39
1.1.8. Некоторые характеристики числовых множеств.....	43
1.2. Алгебра .....	45
1.2.1. Одночлены и многочлены .....	45
1.2.2. Формулы сокращенного умножения.....	49
1.2.3. Корни многочленов и их кратности .....	50
1.2.4. Алгебраические дроби.....	53
1.2.5. Иррациональные выражения .....	59
1.3. Определение и классификация функций одной переменной.....	61
1.3.1. Определение функции действительной переменной .....	61
1.3.2. Способы задания функций .....	62
1.3.3. Четные и нечетные функции .....	63
1.3.4. Периодические функции .....	64
1.3.5. Монотонные функции. Ограниченные функции .....	65
1.3.6. Обратная функция.....	66
1.3.7. Сложная функция .....	67
1.3.8. Построение графиков средствами элементарной математики.....	67
1.4. Элементарные функции одной переменной в экономике .....	72
1.4.1. Класс элементарных функций .....	72
1.4.2. Линейная модель совокупной прибыли .....	73
1.4.3. Линейная модель законов спроса и предложения .....	73
1.4.4. Квадратичная модель совокупной прибыли .....	75
1.4.5. Дробно-rationальные функции Торнквиста .....	76
1.5. Комплексные числа .....	77
1.5.1. Основные определения.....	77
1.5.2. Арифметические действия над комплексными числами в алгебраической форме .....	78
1.5.3. Тригонометрическая форма записи комплексного числа.....	80
1.5.4. Арифметические действия над комплексными числами в тригонометрической форме. Решение уравнений.....	83

<b>Глава 2. Введение в анализ .....</b>	90
2.1. Пределы функций и последовательностей .....	90
2.1.1. Основные определения и теоремы о пределах .....	90
2.1.2. Арифметические свойства пределов. Предел сложной функции .....	95
2.1.3. Пределы основных элементарных функций .....	96
2.1.4. Последовательность как функция целочисленной переменной .....	97
2.1.5. Некоторые замечательные пределы .....	99
2.1.6. Сравнение функций. $O$ - и $o$ -символика. Эквивалентные функции и их свойства .....	101
2.1.7. Типовые задачи .....	103
2.2. Непрерывность функций одной переменной.....	113
2.2.1. Определения и свойства функций, непрерывных в точке .....	113
2.2.2. Точки разрыва и их классификация .....	116
2.2.3. Непрерывность функций на промежутках .....	116
2.2.4. Типовые задачи .....	118
<b>Глава 3. Дифференциальное исчисление функций одной переменной .....</b>	124
3.1. Производная и дифференциал. ....	124
3.1.1. Основные понятия .....	124
3.1.2. Смысл производной и дифференциала.....	129
3.2. Основные приемы дифференцирования .....	133
3.2.1. Табличное дифференцирование.....	133
3.2.2. Общие правила дифференцирования .....	134
3.2.3. Дифференцирование сложной и неявной функции. Инвариантное свойство дифференциала .....	135
3.2.4. Дифференцирование обратной функции .....	138
3.2.5. Логарифмическое дифференцирование. Темп роста и эластичность функции .....	138
3.2.6. Параметрическое дифференцирование .....	141
3.3. Производные и дифференциалы высших порядков. ....	144
3.3.1. Дифференцирование явной функции .....	144
3.3.2. Производные высших порядков некоторых элементарных функций. Формула Лейбница .....	147
3.3.3. Производные и дифференциалы высших порядков параметрически заданной функции.....	148
3.4. Основные теоремы дифференциального исчисления.....	150
3.4.1. Теоремы о среднем .....	150
3.4.2. Формула Тейлора .....	152
3.4.3. Формулы Маклорена для некоторых элементарных функций .....	154
3.5. Примложения дифференциального исчисления .....	157
3.5.1. Приближенное вычисление значений функции .....	157

3.5.2. Уравнения касательной и нормали к кривой .....	159
3.5.3. Правило Лопитала .....	164
<b>3.6. Исследование функций.....</b>	<b>168</b>
3.6.1. Промежутки монотонности и точки экстремума.....	169
3.6.2. Промежутки выпуклости и точки перегиба .....	173
3.6.3. Асимптоты графика функции.....	177
3.6.4. Общая схема исследования функции и построения графика .....	179
3.6.5. Наибольшее и наименьшее значения функции .....	183
<b>Глава 4. Интегральное исчисление функций одной переменной.....</b>	<b>190</b>
4.1. Первообразная и неопределенный интеграл .....	190
4.1.1. Основные понятия и свойства .....	190
4.1.2. Основные приемы интегрирования .....	191
4.1.3. Типовые задачи .....	202
4.2. Определенный интеграл .....	208
4.2.1. Основные понятия и свойства .....	208
4.2.2. Определенный интеграл с переменным верхним пределом и его свойства .....	210
4.2.3. Основные приемы вычисления определенного интеграла .....	211
4.2.4. Экономические приложения определенного интеграла .....	215
4.2.5. Геометрические приложения определенного интеграла .....	216
4.2.6. Типовые задачи .....	225
4.3. Несобственные интегралы .....	230
4.3.1. Несобственные интегралы первого рода .....	230
4.3.2. Несобственные интегралы второго рода .....	231
4.3.3. Свойства несобственных интегралов. Обобщенная формула Ньютона–Лейбница .....	232
4.3.4. Типовые задачи .....	234
<b>Глава 5. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных .....</b>	<b>236</b>
5.1. Основные понятия .....	236
5.1.1. Евклидово пространство и множества в нем .....	236
5.1.2. Понятие функции нескольких переменных .....	239
5.1.3. Линии и поверхности уровня .....	241
5.1.4. Предел функции нескольких переменных .....	242
5.1.5. Непрерывность функции нескольких переменных .....	244
5.2. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных .....	249
5.2.1. Частные производные и градиент .....	249
5.2.2. Понятия дифференцируемой функции и дифференциала .....	254
5.2.3. Дифференцирование сложной функции .....	257
5.2.4. Производная скалярного поля по направлению. Свойства градиента .....	259
5.2.5. Частные производные и дифференциалы высших порядков .....	262

5.2.6. Формула Тейлора.....	265
5.2.7. Дифференцирование неявных функций .....	266
<b>5.3. Приложения дифференциального исчисления функций нескольких переменных .....</b>	<b>271</b>
5.3.1. Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности .....	271
5.3.2. Исследование функции нескольких переменных на экстремум .....	273
<b>Глава 6. Интегральное исчисление функций нескольких переменных .....</b>	<b>280</b>
6.1. Интеграл Римана.....	280
6.1.1. Мера Жордана и ее свойства .....	280
6.1.2. Интеграл Римана и его свойства.....	282
6.1.3. Частные случаи интеграла Римана.....	284
6.2. Двойной и тройной интегралы.....	285
6.2.1. Геометрический смысл двойного интеграла.....	285
6.2.2. Вычисление двойного интеграла сведением к повторному интегралу.....	286
6.2.3. Формула замены переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах.....	290
6.2.4. Некоторые приложения двойных интегралов.....	297
6.2.5. Вычисление тройного интеграла.....	301
6.3. Криволинейные и поверхностные интегралы первого рода .....	303
6.3.1. Вычисление криволинейного интеграла первого рода .....	303
6.3.2. Вычисление поверхностного интеграла первого рода.....	304
<b>Глава 7. Ряды .....</b>	<b>307</b>
7.1. Числовые ряды.....	307
7.1.1. Основные понятия .....	307
7.1.2. Общие свойства рядов .....	311
7.1.3. Критерий Коши сходимости числовых рядов. Необходимое условие сходимости рядов .....	313
7.1.4. Ряды с неотрицательными элементами. Достаточные признаки сходимости и расходимости.....	314
7.1.5. Знакопеременные ряды. Достаточные признаки абсолютной сходимости и расходимости.....	324
7.1.6. Знакочередующиеся ряды. Достаточный признак сходимости Лейбница .....	326
7.1.7. Типовые задачи .....	326
7.2. Степенные ряды.....	333
7.2.1. Основные понятия .....	333
7.2.2. Теорема Абеля. Теорема об интервале сходимости степенного ряда. Вычисление радиуса сходимости по коэффициентам ряда.....	335

<b>7.2.3. Свойства степенных рядов в интервале сходимости.</b>	336
Арифметические операции над степенными рядами .....	336
7.2.4. Ряды Тейлора и Маклорена .....	337
7.2.5. Типовые задачи .....	339
7.3. Приложения степенных рядов .....	351
7.3.1. Вычисление пределов функций.....	351
7.3.2. Приближенное вычисление значений функции .....	352
7.3.3. Приближенное вычисление определенных интегралов.....	353
7.3.4. Типовые задачи .....	355
7.4. Комплексные ряды .....	359
7.4.1. Основные понятия .....	359
7.4.2. Функции комплексной переменной как суммы степенных рядов. Формула Эйлера .....	361
7.4.3. Типовые задачи .....	363
7.5. Ряды Фурье.....	364
7.5.1. Разложение функций одной переменной в ряды Фурье в действительной форме .....	364
7.5.2. Неполные ряды Фурье.....	367
7.5.3. Комплексная форма ряда Фурье.....	372
7.5.4. Типовые задачи .....	375
7.6. Интеграл Фурье .....	381
7.6.1. Представление функций интегралом Фурье в действительной форме .....	381
7.6.2. Комплексная форма интеграла Фурье. Спектр.....	385
7.6.3. Типовые задачи .....	387
<b>Глава 8. Дифференциальные уравнения .....</b>	391
8.1. Дифференциальные уравнения первого порядка.....	391
8.1.1. Основные понятия .....	391
8.1.2. Дифференциальные уравнения, интегрируемые в квадратурах ..	394
8.2. Дифференциальные уравнения высших порядков.....	409
8.2.1. Основные понятия .....	409
8.2.2. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.....	410
8.2.3. Линейные дифференциальные уравнения $n$ -го порядка .....	413
8.2.4. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами .....	415
8.2.5. Линейные неоднородные уравнения .....	418
8.3. Системы дифференциальных уравнений.....	430
8.3.1. Основные понятия .....	430

8.3.2. Линейные системы дифференциальных уравнений.....	433
8.3.3. Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами .....	435
8.3.4. Линейные неоднородные системы.....	442
8.4. Применение степенных рядов к интегрированию дифференциальных уравнений .....	449
8.4.1. Метод неопределенных коэффициентов .....	450
8.4.2. Метод последовательного дифференцирования.....	454
8.5. Некоторые приложения дифференциальных уравнений .....	457
8.5.1. Дифференциальное уравнение семейства кривых на плоскости..	457
8.5.2. Дифференциальное уравнение естественного роста.....	458
8.5.3. Дифференциальное уравнение логистической кривой.....	460
8.5.4. Динамическое уравнение семейного денежного баланса .....	463
8.5.5. Математическая модель равновесного рынка с прогнозируемыми ценами .....	466
8.5.6. Неоклассическая модель Солоу экономического роста .....	468
8.5.7. Динамическая модель национального дохода .....	473
8.5.8. Динамическая модель Леонтьева .....	477
<b>Приложения.....</b>	<b>481</b>
П. 1. Некоторые сведения об элементарных функциях .....	481
П. 2. Измерение углов и дуг окружностей.....	486
П. 3. Определения и свойства тригонометрических функций.....	487
П. 4. Некоторые характеристики плоских фигур .....	490
П. 5. Некоторые характеристики пространственных фигур .....	491
<b>Библиографический список .....</b>	<b>493</b>
<b>Предметный указатель.....</b>	<b>495</b>