

Оглавление

Предисловие	7
ГЛАВА 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения и их решения	9
1.1. Предмет курса, что изучают, как изучают	9
1.1.1. Примеры обыкновенных дифференциальных уравнений	11
1.1.2. «Необыкновенные» уравнения, описывающие процессы	14
1.2. Решения дифференциальных уравнений	15
1.2.1. Геометрия решений, изоклины	18
1.3. Поведение решений	19
1.4. Формулировка теоремы существования	24
ГЛАВА 2. Некоторые уравнения, интегрируемые в квадратурах	28
2.1. Скалярные дифференциальные уравнения	28
2.1.1. Динамические системы на прямой и окружности	34
2.1.2. Интегрирование уравнения математического маятника	44
2.2. Уравнения, допускающие понижение порядка	49
ГЛАВА 3. Об уравнениях, не разрешенных относительно производной	52
3.1. Исследование уравнения около регулярных точек	54
3.2. Особые точки и дискриминантная кривая	56
3.3. Метод введения параметра	59
ГЛАВА 4. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка	65
4.1. Общие свойства решений линейного ОДУ	68
4.1.1. Формула Лиувилля–Остроградского	69
4.2. Пространство решений однородного уравнения	71
4.2.1. Понижение порядка линейного однородного уравнения	73
4.3. Решение неоднородного линейного дифференциального уравнения	74

ГЛАВА 5. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами	78
5.1. Случай простых корней характеристического уравнения	79
5.2. Случай кратных корней характеристического уравнения	80
5.3. Вещественные решения вещественного уравнения	83
5.4. Линейное неоднородное уравнение с постоянными коэффициентами	86
5.5. Резонансные явления при действии внешней периодической силы	88
5.6. Уравнения Эйлера	91
ГЛАВА 6. Краевые задачи для линейных дифференциальных уравнений	94
6.1. Решения краевых задач и теорема об альтернативе	95
6.2. Краевая задача для уравнения второго порядка. Функция Грина	97
ГЛАВА 7. Системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка	105
7.1. Пространство решений однородной системы	108
7.2. Формула Лиувилля – Остроградского	109
7.3. Фундаментальные матрицы и их описание	111
7.4. Двумерные линейные системы и уравнение Риккати	112
7.5. Неоднородные системы и вариация постоянных	113
ГЛАВА 8. Линейные системы с постоянными коэффициентами	116
8.1. Случай простых корней характеристического уравнения	117
8.2. Случай кратных корней характеристического уравнения	118
8.3. О связи линейных дифференциальных уравнений и систем	127
8.4. Матричная экспонента и ее свойства	128
8.5. Вещественные решения вещественных систем	132
8.6. Линейные неоднородные системы с постоянными коэффициентами	133
8.7. Ограниченные решения линейных неоднородных систем	135
ГЛАВА 9. Линейные дифференциальные системы с периодическими коэффициентами	139
9.1. Теорема Флоке и теорема Ляпунова о приводимости	142
9.1.1. Теорема Ляпунова в вещественном случае	144
9.1.2. О топологии неприводимости	146

ГЛАВА 10. Существование и единственность решений	149
10.1. Другие теоремы существования	154
10.1.1. Теорема существования для систем ОДУ	156
10.2. Глобальность существования решений для линейных уравнений и систем	158
10.3. Продолжение решений	161
ГЛАВА 11. Зависимость решений от начальных условий и параметров	165
11.1. Непрерывная зависимость от начальных условий	167
11.2. Дифференцируемость по начальным условиям	168
11.3. Зависимость от параметров	173
ГЛАВА 12. Автономные системы	175
12.1. Траектории, их свойства	176
12.2. Фазовые портреты линейных систем на плоскости	182
12.3. Окрестность периодической траектории	192
12.4. Параметрический резонанс	197
12.5. Обратимые системы	202
ГЛАВА 13. Устойчивость по Ляпунову	207
13.1. Устойчивость по Ляпунову линейной однородной системы	209
13.1.1. Критерий устойчивости Рауса–Гурвица	212
13.2. Устойчивость нулевого решения нелинейной системы	213
ГЛАВА 14. Первые интегралы	217
14.1. Геометрия первого интеграла	220
14.2. Локальные интегралы	222
14.3. Интегралы автономных систем	223
14.3.1. Выпрямление решений	226
ГЛАВА 15. Уравнения с частными производными первого порядка	229
15.1. Однородные линейные уравнения	230
15.2. Неоднородные линейные уравнения	233
15.3. Квазилинейные уравнения	235
15.3.1. О нелокальном существовании решений	239
ГЛАВА 16. Дифференциальные уравнения на многообразиях	241
16.1. Дифференцируемые многообразия	242

16.2. Касательное пространство	248
16.3. Касательное расслоение	255
16.4. Дифференциал гладкого отображения	257
16.5. Векторные поля	259
16.5.1. Линеаризация векторного поля	263
Дополнение 1. Основные понятия линейной алгебры	265
Дополнение 2. Логарифм невырожденной матрицы	271
2.1. О существовании вещественного матричного логарифма . . .	275
Литература	278