

Оглавление

Введение	7
1 Пространства Соболева	16
1.1 Элементы теории пространства Соболева	16
1.2 Функциональные пространства для стационарной задачи Стокса	34
2 Линейная модель конвекции-диффузии	44
2.1 Постановка исходной краевой задачи. Основные пространства	45
2.2 Исследование краевой задачи	47
2.3 Постановка и разрешимость экстремальных задач	52
2.4 Вывод и анализ системы оптимальности	58
2.4.1 Необходимые условия оптимальности. Система оптимальности. Обоснование принципа Лагранжа	58
2.4.2 Регулярность множителя Лагранжа	65
2.5 Единственность и устойчивость решений экстремальных задач	67
2.5.1 Единственность решения обратной экстремальной задачи нахождения плотностей источников	67
2.5.2 Единственность и устойчивость решения коэффициентной обратной экстремальной задачи	71
2.5.3 Единственность решения двухпараметрической обратной экстремальной задачи	77
2.6 Задачи и упражнения	81
3 Модель Навье—Стокса	83
3.1 Постановка исходной краевой задачи. Основные пространства	84
3.2 Исследование краевой задачи	88
3.2.1 Определение слабого решения	88

3.2.2	Случай однородного условия Дирихле для скорости	89
3.2.3	Случай неоднородного условия Дирихле для скорости	91
3.2.4	Единственность решения краевой задачи	93
3.2.5	Линейная модель Стокса—Озеена	94
3.2.6	Постановка смешанной краевой задачи	99
3.3	Постановка и разрешимость экстремальных задач	101
3.4	Вывод и анализ системы оптимальности	105
3.4.1	Существование множителей Лагранжа	105
3.4.2	Вывод дифференциальных уравнений и краевых условий для множителей Лагранжа	109
3.5	Единственность решений экстремальных задач	114
3.5.1	Регулярность множителя Лагранжа	114
3.5.2	Общее свойство решений системы оптимальности	117
3.5.3	Единственность и устойчивость решений экстремальных задач для конкретных функционалов качества	121
3.6	Задачи и упражнения	132
4	Модель тепловой конвекции	134
4.1	Постановка исходной краевой задачи. Основные пространства	135
4.1.1	Постановка краевой задачи	135
4.1.2	Основные функциональные пространства	137
4.2	Исследование краевой задачи	140
4.2.1	Определение слабого решения	140
4.2.2	Случай однородных условий Дирихле для температуры и скорости	142
4.2.3	Случай однородного условия Дирихле для температуры	143
4.2.4	Случай неоднородных условий Дирихле для скорости и температуры	145
4.2.5	Единственность решения краевой задачи	149
4.2.6	Случай линейной модели тепловой конвекции	151
4.3	Постановка и разрешимость экстремальных задач	155
4.4	Вывод и анализ системы оптимальности	160
4.4.1	Существование множителей Лагранжа	161
4.4.2	Вывод дифференциальных уравнений и граничных условий для множителей Лагранжа	165
4.5	Единственность решений экстремальных задач	169
4.5.1	Регулярность множителя Лагранжа	170
4.5.2	Общее свойство решения экстремальной задачи	172
4.5.3	Единственность решений обратных экстремальных задач нахождения плотностей источников	177

4.5.4	Единственность и устойчивость решения двухпараметрической экстремальной задачи	183
4.6	Единственность и устойчивость решений коэффициентных обратных задач	194
4.7	Задачи и упражнения	206
5	Модель тепломассопереноса	209
5.1	Постановка исходной краевой задачи	209
5.2	Исследование краевой задачи	213
5.2.1	Разрешимость краевой задачи	213
5.2.2	Единственность решения краевой задачи	220
5.2.3	Случай линейной модели тепломассопереноса	221
5.3	Постановка и разрешимость экстремальных задач	224
5.4	Вывод и анализ системы оптимальности	227
5.4.1	Обоснование принципа Лагранжа	227
5.4.2	Вывод дифференциальных уравнений и граничных условий для множителей Лагранжа	230
5.5	Единственность решений экстремальных задач	236
5.5.1	Регулярность множителя Лагранжа	237
5.5.2	Общее свойство решения экстремальной задачи	239
5.5.3	Локальная единственность решения обратной задачи нахождения плотностей источников	242
5.6	Единственность решения коэффициентной обратной экстремальной задачи	252
5.7	Задачи и упражнения	265
6	Модель магнитной гидродинамики вязкой несжимаемой жидкости	267
6.1	Постановки краевых задач. Основные пространства	270
6.1.1	Постановки краевых задач	270
6.1.2	Функциональные пространства	272
6.1.3	Неоднородные задачи магнитного и электрического типов	286
6.2	Исследование краевой задачи	295
6.2.1	Определение слабого решения	295
6.2.2	Случай однородных граничных условий	299
6.2.3	Случай неоднородных граничных условий	300
6.2.4	Единственность решения краевой задачи	304
6.2.5	Случай линейной модели магнитной гидродинамики	305
6.3	Постановка и разрешимость экстремальных задач	310
6.4	Вывод и анализ системы оптимальности	314
6.4.1	Обоснование применения принципа Лагранжа	315

6.4.2	Вывод дифференциальных уравнений и граничных условий для множителей Лагранжа	317
6.5	Единственность решений экстремальных задач	323
6.6	Задачи и упражнения	332
7	Модель магнитной гидродинамики вязкой теплопроводной жидкости	334
7.1	Постановка краевой задачи. Основные пространства	334
7.2	Формулировка основных результатов	338
7.3	Доказательства основных теорем	348
7.4	Единственность решений экстремальных задач	352
7.5	Задачи и упражнения	361
8	Численный анализ задач управления для модели тепловой конвекции	363
8.1	Описание и основные этапы численного алгоритма решения задач управления	363
8.2	Анализ результатов вычислительных экспериментов	366
8.2.1	Численное решение задачи минимизации нормы завихренности	366
8.2.2	Приближение течения к заданному потоку в каверне	369
	Заключение	373
	Литература	375
	Приложения	397