

Оглавление

Предисловие	15
Благодарности	21
Об условных обозначениях	23
Пролог	26
ГЛАВА 1. Истоки науки	30
1.1. Силы, движущие миром	30
1.2. Математическая истина	32
1.3. «Реален» ли математический мир Платона?	34
1.4. Три мира и три великие загадки	39
1.5. Истина, Добро и Красота	42
ГЛАВА 2. Древняя теорема и современный вопрос	45
2.1. Теорема Пифагора	45
2.2. Постулаты Евклида	47
2.3. Другое доказательство теоремы Пифагора	49
2.4. Гиперболическая геометрия: конформное представление	51
2.5. Другие представления гиперболической геометрии	55
2.6. Гиперболическая геометрия в исторической перспективе	59
2.7. Гиперболическая геометрия и физическое пространство	62
ГЛАВА 3. Виды чисел в физическом мире	67
3.1. Катастрофа пифагорейцев?	67
3.2. Система вещественных чисел	69
3.3. Вещественные числа в физическом мире	73
3.4. Нуждаются ли натуральные числа в наличии физического мира?	76
3.5. Дискретные числа в физическом мире	77
ГЛАВА 4. Магические комплексные числа	82
4.1. Магическое число i	82
4.2. Решение уравнений с комплексными числами	84
4.3. Сходимость степенных рядов	86
4.4. Комплексная плоскость Каспара Весселя	89
4.5. Как построить множество Мандельброта	92
ГЛАВА 5. Геометрия логарифмов, степеней и корней	94
5.1. Геометрия комплексной алгебры	94
5.2. Идея комплексного логарифма	97
5.3. Многозначность, натуральные логарифмы	99
5.4. Комплексные степени	102
5.5. Связь с физикой элементарных частиц	104

ГЛАВА 6. Исчисление вещественных чисел	107
6.1. Что создает настоящую функцию?	107
6.2. Наклон функции	109
6.3. Высшие производные, C^∞ -гладкие функции	111
6.4. Каково «эйлерово» понимание функции?	113
6.5. Правила дифференцирования	115
6.6. Интегрирование	117
ГЛАВА 7. Исчисление комплексных чисел	122
7.1. Комплексная гладкость, голоморфные функции	122
7.2. Контурное интегрирование	123
7.3. Степенные ряды, получаемые из комплексной гладкости	126
7.4. Аналитическое продолжение	127
ГЛАВА 8. Римановы поверхности и комплексные отображения	133
8.1. Идея римановой поверхности	133
8.2. Конформные отображения	136
8.3. Сфера Римана	139
8.4. Род компактной римановой поверхности	141
8.5. Теорема о римановом отображении	144
ГЛАВА 9. Разложение Фурье и гиперфункции	148
9.1. Ряды Фурье	148
9.2. Функции на окружности	151
9.3. Расщепление частот на сфере Римана	154
9.4. Преобразование Фурье	156
9.5. Расщепление частот, получаемое из преобразования Фурье	158
9.6. Какие функции приемлемы?	160
9.7. Гиперфункции	163
ГЛАВА 10. Поверхности	169
10.1. Комплексные и вещественные размерности	169
10.2. Гладкость, частные производные	170
10.3. Векторные поля и 1-формы	174
10.4. Компоненты, скалярные произведения	178
10.5. Условия Коши – Римана	180
ГЛАВА 11. Гиперкомплексные функции	184
11.1. Алгебра кватернионов	184
11.2. Какова роль кватернионов в физике?	186
11.3. Геометрия кватернионов	188
11.4. Как складывать вращения	190
11.5. Алгебры Клиффорда	191
11.6. Алгебры Грассмана	194
ГЛАВА 12. n-мерные многообразия	198
12.1. Зачем изучать многомерные многообразия?	198
12.2. Многообразия и координатные лоскуты	201
12.3. Скаляры, векторы и ковекторы	203
12.4. Грассмановы произведения	206
12.5. Интегрирование форм	208
12.6. Внешняя производная	210
12.7. Элемент объема, правило суммирования	213

12.8. Тензоры. Абстрактные индексы и диаграммное представление	216
12.9. Комплексные многообразия	217
ГЛАВА 13. Группы симметрии	223
13.1. Группы преобразований	223
13.2. Подгруппы и простые группы	225
13.3. Линейные преобразования и матрицы	229
13.4. Определители и следы	233
13.5. Собственные значения и собственные векторы	235
13.6. Теория представлений и алгебры Ли	238
13.7. Тензорные пространства представлений. Приводимость	241
13.8. Ортогональные группы	245
13.9. Унитарные группы	250
13.10. Симплектические группы	254
ГЛАВА 14. Математический анализ на многообразиях	259
14.1. Дифференцирование на многообразии?	259
14.2. Параллельный перенос	260
14.3. Ковариантная производная	264
14.4. Кривизна и кручение	267
14.5. Геодезические, параллелограммы и кривизна	268
14.6. Производная Ли	274
14.7. Что может дать нам метрика	279
14.8. Симплектические многообразия	283
ГЛАВА 15. Расслоенные пространства и калибровочные связности	286
15.1. Физическая мотивация расслоенных пространств	286
15.2. Математическая идея расслоения	288
15.3. Сечения расслоений	291
15.4. Расслоение Клиффорда–Хопфа	293
15.5. Комплексные векторные расслоения, (ко)касательные расслоения	296
15.6. Проективные пространства	298
15.7. Нетривиальность в связности расслоения	303
15.8. Кривизна расслоения	306
ГЛАВА 16. Лестница бесконечности	311
16.1. Конечные поля	311
16.2. Конечная или бесконечная геометрия нужна физике?	312
16.3. Бесконечности разного размера	316
16.4. Диагональная косая черта Кантора	319
16.5. Загадки оснований математики	322
16.6. Машины Тьюринга и теорема Гёделя	324
16.7. Размеры бесконечности в физике	327
ГЛАВА 17. Пространство-время	331
17.1. Пространство-время физики Аристотеля	331
17.2. Пространство-время галилеевой относительности	333
17.3. Ньютоновская динамика на языке пространства-времени	334
17.4. Принцип эквивалентности	337
17.5. «Ньютоновское пространство-время» в представлении Картана	340
17.6. Фиксированная конечная скорость света	344
17.7. Световые конусы	345
17.8. Отказ от абсолютного времени	348

17.9. Пространство-время общей теории относительности Эйнштейна	351
ГЛАВА 18. Геометрия Минковского	355
18.1. 4-пространство Евклида и Минковского	355
18.2. Группы симметрии пространства Минковского	357
18.3. Лоренцева ортогональность. «Парадокс часов»	359
18.4. Гиперболическая геометрия в пространстве Минковского	362
18.5. Небесная сфера как сфера Римана	369
18.6. Ньютоновская энергия, импульс и момент импульса	371
18.7. Релятивистская энергия, импульс и момент импульса	373
ГЛАВА 19. Классические поля Максвелла и Эйнштейна	378
19.1. Эволюция ньютоновской динамики	378
19.2. Максвелловская теория электромагнетизма	379
19.3. Законы сохранения и потоки в теории Максвелла	383
19.4. Максвелловское поле как калибровочная кривизна	385
19.5. Тензор энергии-импульса	390
19.6. Эйнштейновское уравнение поля	392
19.7. Дальнейшее развитие. Космологическая постоянная, тензор Вейля	395
19.8. Энергия гравитационного поля	397
ГЛАВА 20. Лагранжианы и гамильтонианы	403
20.1. Магический лагранжев формализм	403
20.2. Более симметричная гамильтонова картина	406
20.3. Малые колебания	409
20.4. Гамильтонова динамика как симплектическая геометрия	413
20.5. Лагранжева трактовка полей	415
20.6. Как лагранжианы двигают современную теорию	416
ГЛАВА 21. Квантовая частица	421
21.1. Некоммутирующие переменные	421
21.2. Квантовые гамильтонианы	423
21.3. Уравнение Шредингера	425
21.4. Экспериментальные основания квантовой теории	426
21.5. Обсуждение дуализма волна-частица	430
21.6. Что есть квантовая «реальность»?	432
21.7. «Целостная» природа волновой функции	436
21.8. Таинственные «квантовые скачки»	439
21.9. Распределение вероятностей в волновой функции	440
21.10. Координатные состояния	442
21.11. Описание в импульсном пространстве	443
ГЛАВА 22. Квантовая алгебра, геометрия и спин	448
22.1. Квантовые процедуры $\mathbf{U}$ и $\mathbf{R}$	448
22.2. Линейность $\mathbf{U}$ и возникающие в связи с этим проблемы для $\mathbf{R}$	450
22.3. Унитарная структура, гильбертово пространство и обозначения Дирака	452
22.4. Унитарная эволюция. Представления Шредингера и Гейзенберга	454
22.5. Квантовые «наблюдаемые»	457
22.6. Измерения ДА/НЕТ. Проекторы	460
22.7. Нулевые измерения. Спиральность	461
22.8. Спин и спиноры	466
22.9. Сфера Римана для систем с двумя состояниями	469
22.10. Высокие значения спина. Представление Майораны	474

22.11. Сферические гармоники	476
22.12. Релятивистский квантовый момент импульса	480
22.13. Общий случай изолированного квантового объекта	483
ГЛАВА 23. Перепутанный квантовый мир	490
23.1. Квантовая механика систем многих частиц	490
23.2. Гигантский объем пространства многочастичных состояний	491
23.3. Квантовое перепутывание. Неравенства Белла	493
23.4. ЭПР-эксперименты по Бому	495
23.5. ЭПР-эксперимент по Харди — почти без вероятностей	499
23.6. Две загадки квантового перепутывания	500
23.7. Бозоны и фермионы	502
23.8. Квантовые состояния бозонов и фермионов	504
23.9. Квантовая телепортация	506
23.10. Кванглюменция	509
ГЛАВА 24. Электрон Дирака и античастицы	515
24.1. Конфликт между квантовой теорией и теорией относительности	515
24.2. Почему античастицы приводят к квантовым полям?	516
24.3. Положительность энергии в квантовой механике	517
24.4. Проблемы с релятивистской формулой для энергии	519
24.5. Неинвариантность оператора $\partial/\partial t$	520
24.6. Квадратный корень из волнового оператора по Клиффорду–Дираку	522
24.7. Уравнение Дирака	523
24.8. Как Дирак пришел к позитрону	525
ГЛАВА 25. Физика элементарных частиц: стандартная модель	530
25.1. Истоки современной физики элементарных частиц	530
25.2. Зигзаг-представление электрона	531
25.3. Электрослабое взаимодействие. Симметрия относительно отражения	534
25.4. Зарядовое сопряжение, четность и обращение времени	539
25.5. Электрослабая группа симметрии	540
25.6. Сильно взаимодействующие частицы	544
25.7. «Цветные кварки»	546
25.8. За пределами стандартной модели	548
ГЛАВА 26. Квантовая теория поля	552
26.1. Фундаментальный статус квантовой теории поля в современной теоретической физике	552
26.2. Операторы рождения и уничтожения	553
26.3. Бесконечномерные алгебры	556
26.4. Античастицы в КТП	557
26.5. Альтернативные вакуумы	558
26.6. Взаимодействия: лагранжианы и интегралы по траекториям	560
26.7. Расходящиеся интегралы по траекториям: ответ Фейнмана	563
26.8. Построение фейнмановских диаграмм. S-матрица	565
26.9. Перенормировка	568
26.10. Фейнмановские диаграммы из лагранжианов	571
26.11. Фейнмановские диаграммы и выбор вакуума	572

ГЛАВА 27. Большой взрыв и его термодинамическое наследие	577
27.1. Временная симметрия в динамической эволюции	577
27.2. Субмикроскопические составные части	578
27.3. Энтропия	580
27.4. Прочность концепции энтропии	582
27.5. Вывод Второго закона... или нет?	585
27.6. Является ли Вселенная в целом «изолированной системой»?	587
27.7. Роль Большого взрыва	589
27.8. Черные дыры	594
27.9. Горизонты событий и пространственно-временные сингулярности	597
27.10. Энтропия черной дыры	599
27.11. Космология	601
27.12. Конформные диаграммы	606
27.13. Наш собственный особенный Большой взрыв	609
ГЛАВА 28. Умозрительные теории ранней Вселенной	617
28.1. Спонтанное нарушение симметрии в ранней Вселенной	617
28.2. Космические топологические дефекты	620
28.3. Проблемы с нарушением симметрии в ранней Вселенной	623
28.4. Инфляционная космология	626
28.5. Справедливы ли предпосылки инфляционной модели?	631
28.6. Антропный принцип	634
28.7. Особая природа Большого взрыва: антропный ключ?	638
28.8. Гипотеза кривизны Вейля	640
28.9. Гипотеза отсутствия границ Хартла–Хокинга	644
28.10. Космологические параметры: согласие с результатами наблюдений	646
ГЛАВА 29. Парадокс измерения	654
29.1. Традиционные онтологии квантовой теории	654
29.2. Нетрадиционные онтологии квантовой теории	656
29.3. Матрица плотности	661
29.4. Матрицы плотности для спина $\frac{1}{2}$. Сфера Блоха	663
29.5. Матрица плотности в условиях ЭПР-эксперимента	666
29.6. Практическая философия декогеренции, создаваемой окружением	670
29.7. Кошка Шредингера в «копенгагенской» онтологии	671
29.8. Способны ли разрешить «кошачий» парадокс другие традиционные онтологии?	673
29.9. Чем могут помочь нетрадиционные онтологии?	676
ГЛАВА 30. Роль гравитации в редукции квантового состояния	681
30.1. Окончательна ли современная квантовая теория?	681
30.2. Подсказки со стороны космологической временной асимметрии	682
30.3. Роль временной асимметрии в редукции квантового состояния	683
30.4. Хокингова температура черной дыры	686
30.5. Температура черной дыры и комплексная периодичность	690
30.6. Векторы Киллинга, поток энергии и... путешествие во времени!	694
30.7. Орбиты с отрицательной энергией и уход энергии с них	697
30.8. Взрывы Хокинга	699
30.9. Более радикальный взгляд	702
30.10. Шредингеров объект	705
30.11. Фундаментальный конфликт с принципами теории Эйнштейна	708
30.12. Предпочтительные состояния Шредингера–Ньютона	711

30.13. Эксперимент FELIX и другие аналогичные предложения	713
30.14. Природа флуктуаций в ранней Вселенной	717
ГЛАВА 31. Суперсимметрия, надразмерность и струны	724
31.1. Необъяснимые параметры	724
31.2. Суперсимметрия	727
31.3. Алгебра и геометрия суперсимметрии	729
31.4. Пространство-время с увеличенным числом измерений	732
31.5. Первоначальная адронная теория струн	735
31.6. На пути к струнной теории мира	738
31.7. Побудительные мотивы введения лишних измерений пространства-времени в теории струн	740
31.8. Теория струн как квантовая гравитация?	741
31.9. Динамика струн	743
31.10. Почему мы не видим дополнительных пространственных измерений?	745
31.11. Следует ли принимать аргументацию с точки зрения квантовой стабильности? .	749
31.12. Классическая нестабильность дополнительных измерений	751
31.13. Конечна ли струнная квантовая теория поля?	753
31.14. Магические пространства Калаби–Яу; М-теория	755
31.15. Струны и энтропия черных дыр	760
31.16. «Голографический принцип»	763
31.17. D-браны	765
31.18. Физический статус теории струн	767
ГЛАВА 32. Узкая тропа Эйнштейна. Петлевые переменные	775
32.1. Каноническая квантовая гравитация	775
32.2. Киральность и переменные Аштекара	776
32.3. Вид переменных Аштекара	778
32.4. Петлевые переменные	780
32.5. Математика узлов и связей	782
32.6. Спиновые сети	784
32.7. Статус квантовой гравитации с петлевыми переменными	789
ГЛАВА 33. Более радикальный взгляд. Теория твисторов	794
33.1. Геометрия с дискретными элементами	794
33.2. Твисторы как световые лучи	797
33.3. Конформная группа. Компактифицированное пространство Минковского . .	802
33.4. Твисторы как многомерные спиноры	805
33.5. Элементарная твисторная геометрия и система координат	807
33.6. Геометрия твисторов как вращающихся безмассовых частиц	810
33.7. Квантовая теория твисторов	814
33.8. Твисторное описание безмассовых полей	816
33.9. Твисторная когомология пучков	818
33.10. Твисторы и расщепление на положительные и отрицательные частоты	822
33.11. Нелинейный гравитон	824
33.12. Твисторы и общая теория относительности	828
33.13. На пути к твисторной теории элементарных частиц	830
33.14. Каково будущее теории твисторов?	831

ГЛАВА 34. Где лежит путь к реальности?	837
34.1. Великие физические теории XX века — что дальше?	837
34.2. Фундаментальная физика, движимая математикой	840
34.3. Роль моды в физической теории	842
34.4. Можно ли экспериментально опровергнуть неверную теорию?	844
34.5. Откуда ожидать следующую физическую революцию?	848
34.6. Что есть реальность?	850
34.7. Роль ментальности в физической теории	852
34.8. Наш долгий путь к реальности	854
34.9. Красота и чудеса	857
34.10. Многое понято, еще больше понять предстоит	861
Эпилог	865
Литература	867
Предметный указатель	904