

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	6
Список некоторых обозначений и сокращений.	10
Глава 1. Постановка основных задач для уравнений математической физики	11
§ 1. Дифференциальные уравнения в частных производных. Основные понятия	11
§ 2. Дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка	21
1. Линейные однородные дифференциальные уравнения в частных производных (21). 2. Задача Коши (27). 3. Квазилинейные дифференциальные уравнения в частных производных (31).	
§ 3. Вывод уравнения колебаний струны. Постановка основных начально-граничных задач.	35
§ 4. Вывод уравнения теплопроводности. Постановка основных начально-граничных задач.	41
§ 5. Задачи, приводящиеся к уравнениям Пуассона и Лапласа. Постановка основных граничных задач	46
§ 6. Задача Коши. Характеристики. Теорема Коши-Ковалевской	48
§ 7. Понятие о корректно поставленной краевой задаче для дифференциальных уравнений. Примеры некорректных краевых задач	54
Глава 2. Классификация линейных уравнений в частных производных второго порядка	59
§ 8. Типы линейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка	59
§ 9. Приведение к каноническому виду дифференциального уравнения второго порядка от двух независимых переменных	64
Глава 3. Уравнения гиперболического типа.	74
§ 10. Первая начально-граничная задача для уравнения колебаний струны.	74
1. Постановка задачи. Энергетическое неравенство. Единственность и устойчивость решения (74). 2. Существование решения (80).	
§ 11. Общие замечания о методе разделения переменных.	100
1. Замкнутость и полнота ортогональных систем функций (100). 2. Вторая и третья начально-граничные задачи для уравнения струны (102). 3. Начально-граничная задача для более общего уравнения гиперболического типа (103).	
§ 12. Задача Дирихле для уравнения струны	112
§ 13. Задача Коши для уравнения колебаний струны. Формула Даламбера.	119
1. Постановка задачи Коши для уравнения струны (119). 2. Построение общего решения уравнения струны (119). 3. Построение решения задачи Коши (121). 4. Физическая интерпретация решения задачи Коши (124).	
§ 14. Задачи Гурса и Дарбу для уравнения струны	126

§ 15. Задачи Коши для трехмерного и двумерного волновых уравнений	131
1. Задачи Коши для трехмерного однородного волнового уравнения. Формула Пуассона. Принцип Гюйгенса (131).	
2. Задача Коши для трехмерного неоднородного волнового уравнения. Формула Кирхгофа (139).	
3. Задача Коши для двумерного волнового уравнения. Метод спуска (143).	
4. Энергетическое неравенство. Непрерывная зависимость решения. Единственность решения (145).	
§ 16. Задачи Коши и Гурса для общего линейного гиперболического уравнения. Метод последовательных приближений	149
1. Задача Коши (149).	
2. Задача Гурса (156).	
§ 17. Метод Римана для построения решения задач Коши и Гурса	160
1. Понятие сопряженного дифференциального оператора. Формула Грина (160).	
2. Метод Римана (160).	
§ 18. Решение задачи Коши методом Римана для телеграфного уравнения	165
1. Вывод телеграфного уравнения (165).	
2. Постановка задачи Коши (167).	
3. Построение функции Римана (169).	
4. Построение решения задачи Коши (170).	
Глава 4. Уравнения эллиптического типа	172
§ 19. Общие сведения об эллиптических уравнениях	172
§ 20. Гармонические функции. Примеры. Теорема Кельвина	174
§ 21. Внутренний принцип экстремума гармонических функций. Единственность и устойчивость решения задачи Дирихле	179
§ 22. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круговых областях. Формула Пуассона	184
1. Решение задачи Дирихле в круговых областях (184).	
2. Формула Пуассона. Обобщенное решение задачи Дирихле (189).	
§ 23. Свойства гармонических функций	192
§ 24. Граничный принцип экстремума для гармонических функций. Задачи Неймана и Пуанкаре для уравнения Пуассона	202
§ 25. Внешние граничные задачи для уравнения Лапласа	206
§ 26. Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа. Решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона методом Грина	212
1. Формула Грина оператора Лапласа. Интегральное представление решения уравнения Пуассона (212).	
2. Функция Грина задачи Дирихле и ее свойства (216).	
3. Решение задачи Дирихле в произвольной области методом Грина (222).	
4. Построение решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге и в полукруге (228).	
5. Построение решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа в шаре и в полушаре (231).	
§ 27. Решение задачи Неймана для уравнения Пуассона методом Грина	232
1. Необходимое условие разрешимости задачи Неймана (232).	
2. Функция Грина задачи Неймана (233).	
§ 28. Уравнение Гельмгольца	240
1. Физическая интерпретация решения (240).	
2. Фундаментальные решения уравнения Гельмгольца (241).	
3. Интегральное представление решения. Функция Грина (243).	
4. Внутренние задачи для уравнения Гельмгольца (246).	
5. Внешние задачи. Принцип излучения (249).	

Глава 5. Уравнения параболического типа	258
§ 29. Первая начально-граничная задача для уравнения теплопроводности	258
1. Постановка задачи. Принцип экстремума. Единственность и устойчивость решения (258). 2. Решение задачи методом разделения переменных (261). 3. Функции Грина первой начально-граничной задачи (264). 4. Обобщенное решение первой начально-граничной задачи (265).	
§ 30. Распространение тепла в бесконечном стержне (задача Коши).	267
1. Задача Коши для уравнения теплопроводности (267). 2. Физический смысл фундаментального решения однородного уравнения теплопроводности (272).	
Глава 6. Уравнения смешанного типа	275
§ 31. Задача Трикоми для уравнения Лаврентьева–Бицадзе. Единственность решения	276
1. Постановка задачи Трикоми. Принцип экстремума. Единственность решения задачи Трикоми (276). 2. Метод Трикоми доказательства единственности решения задачи (278).	
§ 32. Существование решения задачи Трикоми	280
Приложение. Общие сведения о специальных функциях	291
§ 1. Эйлеровы гамма- и бета-функции	291
1. Гамма-функция (291). 2. Бета-функция (295). 3. Логарифмическая производная гамма-функции (298).	
§ 2. Теорема существования и единственности решения начальной задачи для линейного дифференциального уравнения второго порядка	298
§ 3. Уравнение Бесселя. Функции Бесселя	301
§ 4. Модифицированные функции Бесселя	317
§ 5. Гипергеометрическое уравнение. Функции Гаусса	321
Задачи для самостоятельной работы	334
Список литературы	350