

# Оглавление

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |           |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| Предисловие                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 5         |
| <b>Глава 1. Слабая сходимость мер на <math>\mathbb{R}^d</math></b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | <b>9</b>  |
| 1.1. Меры и интегралы                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 9         |
| 1.2. Функции ограниченной вариации                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 22        |
| 1.3. Сведения из функционального анализа                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 27        |
| 1.4. Слабая сходимость мер на прямой и на $\mathbb{R}^d$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 36        |
| 1.5. Слабая сходимость неотрицательных мер                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 48        |
| 1.6. Связь с преобразованием Фурье                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 50        |
| 1.7. Дополнения и задачи                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 61        |
| Сходимость функций распределения (61). Безгранично делимые и устойчивые распределения (64). Задачи (65).                                                                                                                                                                                                                                                                |           |
| <b>Глава 2. Сходимость мер на метрических пространствах</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | <b>69</b> |
| 2.1. Меры на метрических пространствах                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 69        |
| 2.2. Определение и свойства слабой сходимости                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 78        |
| 2.3. Теорема Прохорова и слабая компактность                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 88        |
| 2.4. Связь со сходимостью на множествах                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 94        |
| 2.5. Случай гильбертова пространства                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 102       |
| 2.6. Представление Скорохода                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 112       |
| 2.7. Дополнения и задачи                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 117       |
| Равномерная интегрируемость (117). Слабая сходимость сужений и полных вариаций (118). Сходимость произведений (120). Слабая сходимость мер на банаховых пространствах (121). Слабая сходимость в $C$ и $L^p$ (124). Пространство Скорохода (131). Гауссовские меры (132). Принцип инвариантности и броуновский мост (138). Продолжение отображений (140). Задачи (141). |           |

|                                                                                                                                                                                                                                                 |            |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>Глава 3. Метрики на пространствах мер</b>                                                                                                                                                                                                    | <b>149</b> |
| 3.1. Слабая топология и метрика Прохорова                                                                                                                                                                                                       | 149        |
| 3.2. Метрики Канторовича и Форте – Мурье                                                                                                                                                                                                        | 160        |
| 3.3. Метрики Канторовича порядка $p$                                                                                                                                                                                                            | 172        |
| 3.4. Метрические тройки Громова                                                                                                                                                                                                                 | 178        |
| 3.5. Дополнения и задачи                                                                                                                                                                                                                        | 183        |
| Метрики Золотарева (183). Нижние оценки нормы Канторовича в классах Никольского – Бесова (184). Продолжение метрик (190). Сближающиеся последовательности (191). Задачи (193).                                                                  |            |
| <b>Глава 4. Сходимость мер на топологических пространствах</b>                                                                                                                                                                                  | <b>197</b> |
| 4.1. Борелевские, бэровские и радоновские меры                                                                                                                                                                                                  | 197        |
| 4.2. Слабая топология                                                                                                                                                                                                                           | 207        |
| 4.3. Случай вероятностных мер                                                                                                                                                                                                                   | 210        |
| 4.4. Результаты А. Д. Александрова                                                                                                                                                                                                              | 220        |
| 4.5. Слабая компактность                                                                                                                                                                                                                        | 228        |
| 4.6. Преобразование Фурье и слабая сходимость                                                                                                                                                                                                   | 238        |
| 4.7. Пространства Прохорова                                                                                                                                                                                                                     | 244        |
| 4.8. Дополнения и задачи                                                                                                                                                                                                                        | 254        |
| Компактность в пространстве знакопеременных мер (254).<br>Еще о прохоровских и александровских пространствах (258).<br>Центральная предельная теорема (268). Сдвиг-компактность<br>и суммы независимых случайных элементов (273). Задачи (277). |            |
| <b>Глава 5. Пространства мер со слабой топологией</b>                                                                                                                                                                                           | <b>285</b> |
| 5.1. Свойства пространств мер                                                                                                                                                                                                                   | 285        |
| 5.2. Отображения пространств мер                                                                                                                                                                                                                | 293        |
| 5.3. Непрерывные обратные отображения                                                                                                                                                                                                           | 299        |
| 5.4. Пространства со свойством Скорохода                                                                                                                                                                                                        | 303        |
| 5.5. Равномерно распределенные последовательности                                                                                                                                                                                               | 315        |
| 5.6. Сходимость мер на множествах                                                                                                                                                                                                               | 320        |
| 5.7. Меры Янга и $ws$ -топология                                                                                                                                                                                                                | 329        |
| 5.8. Дополнения и задачи                                                                                                                                                                                                                        | 334        |
| Сепарабельность пространств мер (334). Измеримость на пространствах мер (336). Слабая секвенциальная полнота (341).<br>А-топология (341). Задачи (344).                                                                                         |            |
| Комментарии                                                                                                                                                                                                                                     | 351        |
| Список литературы                                                                                                                                                                                                                               | 359        |
| Предметный указатель                                                                                                                                                                                                                            | 391        |