

Оглавление

Глава 9. Числовые ряды и бесконечные произведения

§ 9.1. Числовые ряды	3
9.1.1. Понятие суммы ряда и свойства сходящихся рядов	3
9.1.2. Ряды с неотрицательными членами	7
9.1.3. Ряды с членами произвольного знака	16
9.1.4. Критерий Коши и группировка членов ряда	26
9.1.5. Сходимость рядов с комплексными членами	31
9.1.6. Произведение рядов	33
§ 9.2. Бесконечные произведения	35
9.2.1. Понятие бесконечного произведения	35
9.2.2. Сходимость бесконечных произведений	37
9.2.3. Приложения бесконечных произведений	41
§ 9.3. Повторные и двойные ряды	43
Задачи	54
Ответы и указания	71
§ 9.4. Теоретические задачи	77

Глава 10. Функциональные последовательности и ряды

§ 10.1. Равномерная сходимость	95
10.1.1. Поточечная и равномерная сходимость функциональной последовательности	95
10.1.2. Поточечная и равномерная сходимость функционального ряда	101
10.1.3. Признаки равномерной сходимости функциональных рядов	106
10.1.4. Свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов	114
§ 10.2. Степенные ряды	119
10.2.1. Множество сходимости степенного ряда. Формула Коши — Адамара	119
10.2.2. Свойства суммы степенного ряда	124
10.2.3. Основные методы разложения функции в степенной ряд	127
Непосредственное разложение в ряд Тейлора	127
Использование основных табличных разложений	130
Почленное интегрирование степенного ряда	133
10.2.4. Дополнительные методы разложения функции в степенной ряд	135
Произведение степенных рядов	135
Представление степенным рядом неявно заданной функции	136
Разложение функций в обобщённый степенной ряд	140
10.2.5. Степенные ряды на комплексной плоскости	141
10.2.6. Применение рядов для решения дифференциальных уравнений	147
§ 10.3. Некоторые методы вычисления суммы ряда	154
10.3.1. Использование разложений в степенные ряды основных элементарных функций	154
10.3.2. Метод дифференцирования или интегрирования степенного ряда	155
10.3.3. Метод Абеля	157
10.3.4. Вычисление суммы ряда с помощью определённых интегралов	159
10.3.5. Применение рядов к вычислению определённых интегралов	161
Задачи	164
Ответы и указания	190

§ 10.4. Теоретические задачи	205
Глава 11. Несобственный интеграл	
§ 11.1. Определение несобственного интеграла и его основные свойства	223
§ 11.2. Исследование несобственных интегралов на сходимость	229
11.2.1. Сходимость интегралов от знакопостоянных функций	230
11.2.2. Сходимость интегралов от знакопеременных функций	233
11.2.3. Исследование несобственных интегралов с помощью рядов	242
§ 11.3. Некоторые методы вычисления несобственных интегралов	244
11.3.1. Элементарные методы	244
11.3.2. Формула Фруллани	245
11.3.3. Разложение подынтегральной функции в ряд	246
§ 11.4. Главное значение в смысле Коши и интеграл от комплекснозначной функции	247
Задачи	249
Ответы и указания	261
§ 11.5. Теоретические задачи	266
Глава 12. Интегралы, зависящие от параметра	
§ 12.1. Собственный интеграл, зависящий от параметра	286
§ 12.2. Равномерная сходимость семейства функций	290
§ 12.3. Несобственный интеграл, зависящий от параметра	295
12.3.1. Равномерная сходимость несобственных интегралов	296
12.3.2. Признаки равномерной сходимости интегралов	301
12.3.3. Свойства равномерно сходящихся несобственных интегралов. Интегралы Дирихле и Лапласа	309
12.3.4. Перестановка двух несобственных интегралов. Интегралы Эйлера — Пуассона и Френеля	318
Задачи	324
Ответы и указания	341
§ 12.4. Теоретические задачи	345
Глава 13. Специальные функции	
§ 13.1. Эйлеровы интегралы (бета- и гамма-функции)	354
§ 13.2. Интегральные специальные функции	363
§ 13.3. Эллиптические интегралы	366
§ 13.4. Функции Бесселя	372
§ 13.5. Асимптотические оценки интегралов	376
Задачи	381
Ответы и указания	395
Глава 14. Ряды Фурье. Преобразование Фурье	
§ 14.1. Ортогональные системы и ряды Фурье	401
§ 14.2. Тригонометрический ряд Фурье	405
14.2.1. Определение и основные свойства	405
14.2.2. Разложение функций в тригонометрический ряд Фурье. Признак Дини	408
14.2.3. Разложение функции по косинусам и синусам кратных дуг	416
14.2.4. Равномерная сходимость тригонометрического ряда Фурье и его почленное интегрирование	418
14.2.5. Разложение функции в равномерно сходящийся тригонометрический ряд	420

14.2.6. Приложения тригонометрических рядов Фурье	422
14.2.7. Дополнительные сведения о тригонометрических рядах Фурье	427
§ 14.3. Интеграл Фурье и преобразование Фурье	430
14.3.1. Интеграл Фурье	430
14.3.2. Преобразование Фурье	434
Задачи	439
Ответы и указания	450
§ 14.4. Теоретические задачи	458