

Оглавление

Предисловие	6
I Уравнения математической физики	7
1. Введение	8
1.1. Классификация уравнений в частных производных второго порядка	8
1.1.1. Приведение уравнений к каноническому виду	10
1.1.2. Уравнения с постоянными коэффициентами	14
1.2. Примеры задач, приводящих к уравнениям математической физики	16
1.2.1. Уравнение колебаний струны	16
1.2.2. Уравнение электромагнитной волны	17
1.2.3. Уравнение теплопроводности	20
1.3. Постановка краевых задач	21
2. Метод бегущих волн	24
2.1. Формула Д'Аламбера	24
2.2. Интерпретация решения: бегущие волны	27
3. Метод разделения переменных для одномерных задач	31
3.1. Волновое уравнение: первая краевая задача с однородными граничными условиями	31
3.2. Уравнение теплопроводности: первая краевая задача с однородными граничными условиями	43

3.3.	Волновое уравнение: вторая краевая задача с однородными граничными условиями	44
3.4.	Волновое уравнение: третья краевая задача с однородными граничными условиями	49
3.5.	Первая краевая задача с неоднородными граничными условиями	52
3.6.	Задачи с неоднородностью в уравнении	54
3.6.1.	Задачи со стационарной неоднородностью	57
3.6.2.	Задачи с периодической неоднородностью	58
4.	Многомерные задачи	65
4.1.	Задача о колебаниях прямоугольного параллелепипеда	65
4.2.	Полиномы Лежандра	70
4.3.	Присоединенные функции Лежандра	77
4.4.	Задачи на уравнение Лапласа со сферической симметрией. Сферические и шаровые функции	81
4.5.	Свойства гармонических функций	89
4.6.	Волновое уравнение: первая краевая задача с однородными граничными условиями в сфере	94
4.7.	Колебания однородного цилиндра	97
4.8.	Уравнение Бесселя и его решения	101
4.9.	Собственные функции радиальной части оператора Лапласа	103
4.10.	Колебания круглой мембраны	106
4.11.	Еще немного о цилиндрических функциях	110
4.11.1.	Функции Бесселя полуцелого порядка	110
4.11.2.	Функции Бесселя второго и третьего рода	111
4.12.	О методе разделения переменных в целом и его многочисленных родственниках	113
5.	Метод функции Грина	118
5.1.	Дельта-функция Дирака	118
5.2.	Уравнение теплопроводности: задача Коши	123
5.3.	Заключительные замечания	126
6.	О математических моделях и реальности	129
6.1.	Затухающие колебания	129
6.2.	Задача Дирихле на круге и контрпример Адамара	131

II	Функции комплексного переменного	134
7.	Комплексные числа	135
7.1.	Комплексные числа и действия над ними	135
7.2.	Краткий исторический экскурс	136
7.3.	Геометрическая интерпретация комплексного числа	140
7.4.	Экспоненциальная форма записи комплексного числа. Формула Эйлера	143
7.5.	Метод стационарной фазы	144
8.	Функции комплексного переменного	148
8.1.	Определение	148
8.2.	Предел и дифференцируемость	149
8.3.	Комплексная аналитичность	152
8.4.	Элементарные функции	153
8.4.1.	Линейная функция	153
8.4.2.	Степенная функция с натуральным показателем	153
8.4.3.	Корень n -ой степени	154
8.4.4.	Показательная функция	157
8.4.5.	Логарифм	158
8.5.	Конформные отображения	160
9.	Вычисление интегралов с помощью теории вычетов	163
9.1.	Заготовка на будущее	163
9.2.	Ряд Тейлора и ряд Лорана	164
9.3.	Вычет относительно полюса	167
9.3.1.	Примеры	170
	Литература	176