

ОГЛАВЛЕНИЕ

Из предисловия к изданию 1937 года	3
ЧАСТЬ ПЕРВАЯ	
ГЛАВА 1. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА	5
§ 1. Введение	5
§ 1. Введение. Продолжение	6
§ 3. Определение и основные действия с комплексными числами	7
§ 4. Определение и основные действия с комплексными числами. Продолжение	9
§ 5. Определение и основные действия с комплексными числами. Продолжение	9
§ 6. Извлечение квадратного корня	11
§ 7. Тригонометрическая форма комплексного числа	13
§ 8. Сумма, произведение и частное комплексных чисел, заданных в тригонометрической форме	14
§ 9. Извлечение корня n -й степени	15
§ 10. Геометрическое представление комплексных чисел	17
§ 11. Предел последовательности комплексных чисел	18
§ 12. Приложение формулы Муавра	19
§ 13. Область рациональности. Делитель области. Кольцо	21
ГЛАВА 2. ДЕТЕРМИНАНТЫ	23
§ 14. Детерминанты второго порядка	23
§ 15. Свойства детерминантов второго порядка	23
§ 16. Теорема умножения	24
§ 17. Однородные уравнения	25
§ 18. Детерминанты третьего порядка	25
§ 19. Свойства детерминантов третьего порядка	27
§ 20. Теорема умножения	29
§ 21. Разложение детерминанта третьего порядка по минорам	30
§ 22. Однородные уравнения	32
§ 23. Перестановки n символов	32
§ 24. Инверсии	33
§ 25. Символ Кронекера	33
§ 26. Подстановки	34
§ 27. Понятие о группе	37
§ 28. Разложение подстановок на транспозиции	39
§ 29. Детерминант n -го порядка	40
§ 30. Свойства детерминантов n -го порядка	40
§ 31. Теорема умножения	45
§ 32. Разложение детерминанта по элементам ряда	46
§ 33. Линейные уравнения	47
§ 34. Миноры	50
§ 35. Миноры. Продолжение	52
§ 36. Разложение детерминанта по элементам строки и столбца	54
§ 37. Теорема Лапласа	55
§ 38. Обобщенная теорема умножения	57
§ 39. Некоторые общие замечания о детерминантах	59
§ 40. Общая теория линейных уравнений	60
§ 41. Общая теория линейных уравнений. Продолжение	63
§ 42. Общая теория линейных уравнений. Продолжение	64
§ 43. Общая теория линейных уравнений. Продолжение	67
§ 44. Общая теория линейных уравнений. Продолжение	69
§ 45. Общая теория линейных уравнений. Продолжение	72

ГЛАВА 3. РАЦИОНАЛЬНЫЕ ФУНКЦИИ	73
§ 46. Целая рациональная функция	73
§ 47. Деление целых рациональных функций	74
§ 48. Теоремы о делимости	76
§ 49. Теоремы о делимости. Продолжение	76
§ 50. Алгебраическое уравнение. Формулы Виета	77
§ 51. Схема Горнера деления на линейную функцию	79
§ 52. Алгоритм Евклида	80
§ 53. Теоремы о взаимно простых функциях	82
§ 54. Производные. Ряд Тейлора	82
§ 55. Производные. Ряд Тейлора. Продолжение	84
§ 56. Производные. Ряд Тейлора. Продолжение	86
§ 57. Кратные корни	87
§ 58. Выделение кратных корней	88
§ 59. Дробные рациональные функции	91
§ 60. Разложение на простейшие дроби	92
§ 61. Разложение на простейшие дроби. Продолжение	95
§ 62. Интерполяционная формула Лагранжа	96
§ 63. Интерполяционная формула Ньютона	98
ГЛАВА 4. НЕПРЕРЫВНОСТЬ ЦЕЛОЙ ФУНКЦИИ И СУЩЕСТВОВАНИЕ КОРНЕЙ	99
§ 64. Теоремы о стремлении функции к нулю и о беспредельном возрастании функции	99
§ 65. Верхний предел абсолютной величины корней	100
§ 66. Непрерывность целой рациональной функции	101
§ 67. Непрерывность целой рациональной функции. Продолжение	102
§ 68. Непрерывность целой рациональной функции. Продолжение	103
§ 69. Нижняя и верхняя границы функции	104
§ 70. Точки сгущения точечных множеств	104
§ 71. Минимум непрерывной функции	105
§ 72. Лемма Даламбера и теорема о существовании корней	106
§ 73. Непрерывность корней алгебраического уравнений	109
§ 74. Алгебраические функции	112
§ 75. Алгебраические числа	113
§ 76. Общие замечания	115
ГЛАВА 5. УРАВНЕНИЯ С ВЕЩЕСТВЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ. ВЫЧИСЛЕНИЕ КОРНЕЙ	116
§ 77. Свойства целых функций с вещественными коэффициентами. Теорема Ролля	116
§ 78. Свойства целых функций с вещественными коэффициентами. Теорема Ролля. Продолжение	116
§ 79. Свойства целых функций с вещественными коэффициентами. Теорема Ролля. Продолжение	118
§ 80. Комплексные корни уравнений с вещественными коэффициентами	120
§ 81. Вещественные простейшие дроби	120
§ 82. Пределы вещественных корней	122
§ 83. Различные способы нахождения верхнего предела положительных корней	123
§ 84. Отделение корней. Способ Штурма	127
§ 85. Отделение корней. Способ Штурма. Продолжение	131
§ 86. Неполный ряд Штурма	132
§ 87. Сферические функции	134
§ 88. Теорема Бюдана — Фурье	136
§ 89. Теорема Декарта	138
§ 90. Вычисление корней	140
§ 91. Способ Горнера	140
§ 92. Способ Горнера. Продолжение	143
§ 93. Способ Ньютона — Фурье	144
§ 94. Способ Ньютона — Фурье. Продолжение	148

§ 95. Способ Ньютона — Фурье. Продолжение	149
§ 96. Redula falsi или «правильно ложного положения»	151
§ 97. Комбинированный способ	154
§ 98. Метод итерации	156
§ 99. Способ Греффе и Энке	159
§ 100. Способ Греффе и Энке. Продолжение	162
§ 101. Способ Лагранжа	164
§ 102. Общие замечания	165

ГЛАВА 6. УРАВНЕНИЯ С РАЦИОНАЛЬНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ.

УРАВНЕНИЯ В ДАННОМ ТЕЛЕ	168
§ 103. Нахождение рациональных корней	168
§ 104. Нахождение рациональных корней. Продолжение	170
§ 105. Приводимые и неприводимые функции	172
§ 106. Функции с целыми коэффициентами. Теорема Гаусса	172
§ 107. Функции с целыми коэффициентами. Теорема Гаусса. Продолжение	173
§ 108. Теорема Эйзенштейна	173
§ 109. Разложение функции на неприводимые множители	174
§ 110. Общие свойства неприводимых функций	176
§ 111. Функции в данном теле	177
§ 112. Расширения тела	179
§ 113. Расширения тела. Продолжение	180

ГЛАВА 7. ДВУЧЛЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ. УРАВНЕНИЯ НИЗШИХ СТЕПЕНЕЙ

§ 114. Двучленное уравнение	182
§ 115. Вспомогательная теорема из теории чисел	182
§ 116. Неприводимость двучленного уравнения простой степени	183
§ 117. Корни из единицы	183
§ 118. Первообразные корни	184
§ 119. Первообразные корни. Продолжение	185
§ 120. Уравнения деления окружности	185
§ 121. Уравнения деления окружности. Продолжение	186
§ 122. Уравнения деления окружности. Продолжение	188
§ 123. Квадратные уравнения	189
§ 124. Кубические уравнения	189
§ 125. Кубические уравнения. Продолжение	191
§ 126. Уравнения четвертой степени. Способ Феррари	195
§ 127. Способ Декарта	196
§ 128. Способ Эйлера	198
§ 129. Кратность корней	199
§ 130. Вещественность корней при вещественных коэффициентах	200
§ 131. Общие замечания	202

ГЛАВА 8. СИММЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

§ 132. Определения. Основная теорема	203
§ 133. Определения. Основная теорема. Продолжение	203
§ 134. Суммы степеней. Формулы Ньютона	204
§ 135. Формулы Варинга	206
§ 136. Формулы Варинга. Продолжение	208
§ 137. Некоторые приложения	210
§ 138. Доказательство Жирара основной теоремы	211
§ 139. Доказательство Гаусса основной теоремы	213
§ 140. Доказательство Коши основной теоремы	217
§ 141. Функции, зависящие от разностей переменных	218
§ 142. Обобщения основной теоремы	220
§ 143. Обобщения основной теоремы. Продолжение	222
§ 144. Уничтожение иррациональности в знаменателе	223

§ 145. Резольвенты.....	225
§ 146. Преобразование Чирнгаузенa	226
§ 147. Результant.....	228
§ 148. Уравнения с двумя неизвестными	230
§ 149. Дискриминант.....	233
§ 150. Способ Коши отделения корней.....	234
§ 151. Общие замечания о рациональных функциях нескольких переменных	235
§ 152. Подстановки, допускаемые данной функцией	237

ЧАСТЬ ВТОРАЯ

ГЛАВА 9. ТЕОРИЯ МАТРИЦ..... 241

§ 153. Основные понятия. Ранг матрицы.....	241
§ 154. Элементарные преобразования матрицы	243
§ 155. Линейные подстановки. Композиция матриц.....	246
§ 156. Линейные подстановки. Композиция матриц. Продолжение.....	248
§ 157. Обратные подстановки и матрицы.....	251
§ 158. Степени матрицы. Переместимые матрицы	254
§ 159. Обобщения для прямоугольных матриц	256
§ 160. Транспонированная матрица.....	258
§ 161. Связь матриц с подстановками n символов	259
§ 162. Новое истолкование элементарных преобразований	260
§ 163. Билинейные формы. Сумма матриц	262
§ 164. Приведение билинейных форм.....	264
§ 165. Нулевые матрицы.....	269
§ 166. Взаимная матрица. Скалярные, диагональные и квазидиагональные матрицы	271
§ 167. Подобные матрицы. Когрeдиентные и контрагpадиентные преобразования.....	274
§ 168. Рациональные функции от матриц	275
§ 169. Характеристическое уравнение.....	277
§ 170. Формула Кэли	280
§ 171. Преобразование Крылова и Лузина	282
§ 172. Некоторые частные виды матриц.....	285
§ 173. Ортогональные матрицы.....	286
§ 174. Квадратичные формы.....	289
§ 175. Закон инерции квадратичных форм	291
§ 176. Эрмитовы формы	295
§ 177. Ортогональное преобразование квадратичной формы.....	297
§ 178. Одновременное приведение двух квадратичных форм.....	300
§ 179. Матрицы с целыми элементами.....	300
§ 180. Элементарные делители	302
§ 181. λ -матрицы	304

ГЛАВА 10. ИНВАРИАНТЫ И КОВАРИАНТЫ..... 305

§ 182. Основные понятия и примеры.....	305
§ 183. Определения. Некоторые частные случаи	308
§ 184. Определения. Некоторые частные случаи. Продолжение	312
§ 185. Бинарные формы	313
§ 186. Бинарные формы. Продолжение	314
§ 187. Бинарные формы. Продолжение	316
§ 188. Коммутаторы.....	318
§ 189. Существование коварианта с данным ведущим членом	319
§ 190. Бинарные формы низших степеней.....	320

ГЛАВА 11. ТЕОРИЯ ГРУПП..... 322

§ 191. Введение. Основные постулаты	322
§ 192. Следствия из основных постулатов.....	324
§ 193. Степени элемента.....	325
§ 194. Теорема Лагранжа	325
§ 195. Пересечение и общее наименьшее кратное групп	326

§ 196. Структура группы. Представление всякой группы в виде группы подстановок	327
§ 197. Сопряженные элементы и группы. Инвариантные подгруппы	329
§ 198. Дополнительные группы	331
§ 199. Композиционный ряд. Теорема Жордана — Гельдера	334
§ 200. Гомоморфизм	336
§ 201. Гомоморфизм. Продолжение	337
§ 202. Инвариантные комплексы	339
§ 203. Теорема Силова	340
§ 204. Разложение подстановок на циклы	343
§ 205. Разложение подстановок на транспозиции	345
§ 206. Подобные подстановки	347
§ 207. Простота полусимметрических групп степени $n > 4$	347
§ 208. Транзитивность и интранзитивность	349
§ 209. Примитивность и импримитивность	350
§ 210. Другие примеры конкретных групп	352
§ 211. Понятие о бесконечных группах	354

ГЛАВА 12. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ГАЛУА

§ 212. Вводные замечания	356
§ 213. Алгебраическое тело	357
§ 214. Теорема Абеля	358
§ 215. Свойства алгебраических тел	360
§ 216. Нормальное тело. Резольвента Галуа	361
§ 217. Группа Галуа и ее свойства	363
§ 218. Группа Галуа и ее свойства. Продолжение	365
§ 219. Естественные и побочные иррациональности	368
§ 220. Соотношения между алгебраическими телами и подгруппами группы Галуа	370
§ 221. Полные и частные резольвенты	372
§ 222. Сведение уравнения к цепи простых уравнений	373
§ 223. Сведение двучленных уравнений к цепи простейших уравнений	374
§ 224. Решение циклических уравнений в радикалах	376
§ 225. Условие разрешимости уравнения в радикалах. Теорема Руффини — Абеля	377
§ 226. Общие замечания	378

ГЛАВА 13. НЕКОТОРЫЕ ЧАСТНЫЕ ВИДЫ УРАВНЕНИЙ

§ 227. Приводимость и неприводимость	379
§ 228. Примитивные и импримитивные уравнения	379
§ 229. Уравнения третьей и четвертой степеней окружности	381
§ 230. Уравнения деления угла	384
§ 231. Уравнения деления окружности	385
§ 232. Уравнения деления окружности. Продолжение	390
§ 233. Метациклическое уравнение	394

ГЛАВА 14. ВВЕДЕНИЕ В ОБЩУЮ АЛГЕБРУ

§ 234. Абстрактная теория тел	399
§ 235. Система постулатов, определяющих тело	400
§ 236. Область целости	402
§ 237. Делители тела; простое тело	405
§ 238. Рациональные функции в теле	408
§ 239. Трансцендентное расширение тела	409
§ 240. Алгебраическое расширение тела	410
§ 241. Кратные корни	413
§ 242. Конечные тела	415
§ 243. Кольца. Идеалы	417
§ 244. Гиперкомплексные числа	420
§ 245. Матричные алгебры	424
§ 246. Кватернионы	425