

Оглавление

Предисловие	8
-----------------------	---

1 ОТНОШЕНИЯ ПОРЯДКА И АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ФУНКЦИЙ	10
1.1. Сравнение поведения функций. О-символика . .	10
1.1.1. Основные определения	10
1.1.2. Достаточные условия отношений порядка	13
1.1.3. Примеры	14
1.1.4. Вопросы и задачи	21
1.2. Действия с отношениями порядка	23
1.2.1. Основные утверждения	23
1.2.2. Сравнения со степенной функцией	24
Примеры	26
1.2.3. Уточнение основных разложений	29
1.2.4. Случай числовых последовательностей	29
Примеры	30
1.2.5. Вопросы и задачи	32
1.3. Шкала роста (убывания) основных функций и последовательностей	34
1.3.1. Случай функций	34
1.3.2. Случай числовых последовательностей	35
1.3.3. Простейшие неравенства как следствия отношения порядка	36
1.3.4. Примеры	37

1.3.5.	Несколько полезных неравенств	39
1.3.6.	Вопросы и задачи	40
1.4.	Асимптотические разложения функций	42
2	ЧИСЛОВЫЕ РЯДЫ	43
2.1.	Основные понятия. Свойства числовых рядов . .	43
2.1.1.	Определения	43
	Примеры	44
2.1.2.	Простейшие утверждения о сходимости	47
	Примеры	49
2.1.3.	Критерий Коши сходимости ряда	50
	Примеры	50
2.1.4.	Некоторые свойства числовых рядов	54
2.1.5.	Вопросы и задачи	55
2.2.	Знакопостоянные ряды. Сходимость рядов с неотрицательными членами	57
2.2.1.	Знакопостоянные ряды	57
2.2.2.	Признаки сравнения	58
	Примеры	60
2.2.3.	Признаки Даламбера и Коши	62
	Примеры	65
2.2.4.	Вопросы и задачи	67
2.3.	Знакопостоянные ряды. (Продолжение)	69
2.3.1.	Интегральный признак Коши-Маклорена	69
	Примеры	70
2.3.2.	Признак Гаусса	71
	Примеры	73
2.3.3.	Формула Стирлинга	75
	Примеры	76
2.3.4.	Разные задачи	77
2.3.5.	Вопросы и задачи	82
2.4.	Ряды с членами произвольного знака. Абсолютная и условная сходимость	84
2.4.1.	Абсолютная и условная сходимость	84
2.4.2.	Знакопеременные ряды. Признак Лейбница . .	85

Примеры	87
2.4.3. Признаки сходимости Дирихле-Абеля	89
2.4.4. Исследование рядов на сходимость	93
Примеры	93
2.4.5. Вопросы и задачи	99
2.5. Перестановка членов ряда	102
2.5.1. Случай абсолютно сходящегося ряда	102
2.5.2. Случай условно сходящегося ряда	104
2.5.3. Асимптотическое поведение частичных сумм гармонического ряда	108
2.5.4. Примеры	109
2.5.5. Вопросы и задачи	111
2.6. Арифметические действия с рядами	113
2.6.1. Расстановка скобок	113
Примеры	115
2.6.2. Линейная комбинация рядов	116
2.6.3. Умножение рядов	116
2.6.4. Примеры	119
2.6.5. Дальнейшие результаты о произведении рядов .	122
Примеры	123
2.6.6. Вопросы и задачи	124

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ И РЯДЫ 126

3.1. Основные понятия	126
3.1.1. Функциональная последовательность	126
Примеры	127
3.1.2. Функциональный ряд	129
Примеры	130
3.1.3. Вопросы и задачи	133
3.2. Равномерная сходимость на множестве	134
3.2.1. Равномерная сходимость последовательности .	134
Примеры	135
3.2.2. Критерий равномерной сходимости последовательности	137

Примеры	138
3.2.3. Критерий Коши равномерной сходимости последовательности	142
3.2.4. Равномерная сходимость ряда	143
Примеры	145
3.2.5. Вопросы и задачи	149
3.3. Достаточные условия равномерной сходимости	152
3.3.1. Равномерная сходимость последовательности	152
Примеры	152
3.3.2. Признаки равномерной сходимости ряда	154
Примеры	157
3.3.3. Вопросы и задачи	160
3.4. Свойства равномерно сходящихся функциональ- ных последовательностей и рядов	162
3.4.1. Равномерная сходимость и непрерывность	162
3.4.2. Почленное интегрирование	164
3.4.3. Почленное дифференцирование	166
3.4.4. Примеры	168
3.4.5. Вопросы и задачи	174
3.5. Степенные ряды	176
3.5.1. Понятие степенного ряда. Структура множества сходимости	176
Примеры	178
3.5.2. Равномерная сходимость	180
Примеры	182
3.5.3. Свойства суммы степенного ряда	183
Примеры	184
3.5.4. Вопросы и задачи	187
3.6. Разложение функций в степенные ряды	189
3.6.1. Определения и предварительные замечания	189
3.6.2. Разложимость функции в степенной ряд	190
3.6.3. Разложения основных элементарных функций в ряд Маклорена	194
3.6.4. Некоторые приемы разложения функций в степенные ряды	196

3.6.5. Примеры	197
3.6.6. Вопросы и задачи	203
Добавление	205
1. Формула Валлиса	205
2. Вычисление константы в формуле Стирлинга	207
Список литературы	208
Биографические справки	209
Предметный указатель	212