

# Оглавление

От редактора . . . . .	6
Предисловие . . . . .	7

## Часть I. Алгебра 9

1. Элементы теории чисел . . . . .	9
1.1. Целые числа. Делимость и остатки . . . . .	9
1.2. Уравнения в целых числах . . . . .	11
1.3. Смешанные задачи на целые числа . . . . .	14
1.4. Рациональные и иррациональные числа . . . . .	17
1.5. Сравнение чисел . . . . .	19
2. Тригонометрические неравенства, обратные тригонометрические функции . . . . .	23
2.1. Основные свойства арксинуса, арккосинуса, арктангенса и арккотангенса. Преобразование выражений с обратными тригонометрическими функциями . . . . .	23
2.2. Уравнения и неравенства с обратными тригонометрическими функциями . . . . .	27
2.3. Отбор решений в тригонометрических уравнениях. Тригонометрические неравенства . . . . .	30
2.4. Смешанные задачи . . . . .	33
3. Полезные преобразования и замены переменных . . . . .	34
3.1. Использование формул сокращённого умножения, выделение полного квадрата . . . . .	34
3.2. Замены переменных в рациональных уравнениях, неравенствах и системах . . . . .	39
3.3. Замены переменных в иррациональных уравнениях, неравенствах и системах . . . . .	42
3.4. Замены переменных в показательных и логарифмических уравнениях, неравенствах и системах . . . . .	46
3.5. Замены в тригонометрических уравнениях и тригонометрические замены . . . . .	50
4. Нестандартные текстовые задачи . . . . .	53
4.1. Недоопределённые задачи . . . . .	53
4.2. Неравенства в текстовых задачах . . . . .	56
4.3. Оптимальный выбор, наибольшие и наименьшие значения . . . . .	59
5. Использование свойств квадратного трёхчлена в задачах с параметрами . . . . .	63
5.1. Исследование свойств квадратичной функции в зависимости от значений параметра. Теорема Виета . . . . .	63
5.2. Теоремы о расположении корней квадратного трёхчлена на числовой оси . . . . .	67
5.3. Смешанные задачи . . . . .	73
6. Использование различных свойств функций и применение графических иллюстраций . . . . .	75
6.1. Область определения функции, монотонность, периодичность, чётность и нечётность . . . . .	75

6.2.	Множество значений функции, промежутки знакопостоянства и монотонности . . . . .	78
6.3.	Функциональные уравнения и неравенства . . . . .	83
6.4.	Использование графических иллюстраций . . . . .	89
7.	Метод оценок . . . . .	95
7.1.	Рациональные и иррациональные уравнения и неравенства . . . . .	95
7.2.	Тригонометрические уравнения и неравенства . . . . .	98
7.3.	Уравнения и неравенства с логарифмическими и показательными функциями . . . . .	104
8.	Задачи на доказательство . . . . .	106
8.1.	Тригонометрические задачи на доказательство . . . . .	106
8.2.	Метод математической индукции . . . . .	109
8.3.	Доказательство неравенств и тождеств . . . . .	111
9.	Использование особенностей условия задачи . . . . .	114
9.1.	Оптимизация процесса решения, введение функций, искусственное введение параметров, смена ролей параметра и переменной . . . . .	114
9.2.	Чётность и симметричность по нескольким переменным, исследование единственности решения, необходимые и достаточные условия . . . . .	118
9.3.	Редукция задачи и переформулирование условия . . . . .	123
9.4.	Смешанные задачи . . . . .	127

## Часть II. Геометрия

**131**

1.	Треугольники . . . . .	131
1.1.	Прямоугольные треугольники . . . . .	131
1.2.	Теоремы синусов и косинусов . . . . .	143
1.3.	Биссектриса, медиана, высота . . . . .	153
1.4.	Подобие треугольников . . . . .	165
1.5.	Площадь треугольника . . . . .	177
2.	Окружности . . . . .	188
2.1.	Углы в окружностях . . . . .	188
2.2.	Касательные, хорды, секущие . . . . .	199
3.	Четырёхугольники и многоугольники . . . . .	211
3.1.	Параллелограммы . . . . .	211
3.2.	Трапеции . . . . .	219
3.3.	Общие четырёхугольники и многоугольники . . . . .	231
4.	Задачи на доказательство . . . . .	245
4.1.	Треугольники . . . . .	245
4.2.	Многоугольники . . . . .	250
4.3.	Окружности . . . . .	253
4.4.	Площади . . . . .	257
5.	Задачи на построение . . . . .	259
5.1.	Алгебраический метод . . . . .	259
5.2.	Метод геометрических мест точек . . . . .	263
5.3.	Метод симметрии и спрямления . . . . .	270
5.4.	Метод параллельного переноса . . . . .	274
5.5.	Метод подобия . . . . .	281

---

5.6.	Метод поворота и смешанные задачи . . . . .	285
6.	Стереометрия . . . . .	290
6.1.	Введение . . . . .	290
6.2.	Многогранники . . . . .	294
6.3.	Тела вращения . . . . .	300
6.4.	Комбинации тел . . . . .	306
	Ответы . . . . .	308
	Литература . . . . .	324