

ОГЛАВЛЕНИЕ

К читателю	5
Предисловие	13
Краткий исторический очерк	15
Основные обозначения	35
1. Элементы теории множеств	41
1.1. Множества	41
1.2. Подмножества	43
1.3. Множество действительных чисел. Числовая прямая	44
1.4. Операции над множествами	52
1.5. Некоторые основные логические символы	57
1.6. Круги Эйлера	63
Вопросы и задачи	66
2. Отображение множеств. Функции	70
2.1. Понятия отображения и функции	70
2.2. Сюръекция, инъекция и биекция	73
2.3. Обратное отображение	75
2.4. Композиция отображений	76
2.5. Произведение множеств. График отображения	77
2.6. Упорядоченные множества. Элементы комбинаторики	82
2.7. Ограниченные множества	87
Д.2.1. Мощность множества	92
Д.2.2. Неподвижная точка отображения	98
Вопросы и задачи	102
3. Действительные функции действительного переменного	106
3.1. Функция и ее график	106
3.2. Основные способы задания функции	108
3.3. Сложная и взаимно обратные функции	117
3.4. Некоторые свойства функций	121
3.5. Основные элементарные функции	125
3.6. Некоторые элементарные функции	131
Вопросы и задачи	134

4. Основные законы композиции и алгебраические структуры	138
4.1. Законы композиции	138
4.2. Основные алгебраические структуры	144
4.3. Поле комплексных чисел	147
4.4. Кольцо многочленов	156
4.5. Группа подстановок	164
Вопросы и задачи	170
5. Непрерывные отображения метрических пространств	177
5.1. Понятие метрического пространства	177
5.2. Окрестности в метрическом пространстве	179
5.3. Характерные точки множеств	184
5.4. Замкнутые множества	186
5.5. Компактные множества	188
5.6. Определение непрерывного отображения	191
5.7. Свойства непрерывного отображения множеств	196
5.8. Линейно связанные множества	202
5.9. Равномерная непрерывность	206
Вопросы и задачи	211
6. Числовые последовательности	215
6.1. Переменные величины	215
6.2. Понятие числовой последовательности	216
6.3. Предел последовательности	220
6.4. Свойства сходящихся последовательностей	222
6.5. Признаки существования предела последовательности	230
6.6. Число e	234
6.7. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности	236
Д.6.1. Предельные точки последовательности	242
Д.6.2. Доказательство признака Вейерштрасса и критерия Коши	245
Вопросы и задачи	248
7. Предел функции в точке	251
7.1. Определение предела функции	251
7.2. Односторонние пределы	259
7.3. Признаки существования предела	265
7.4. Свойства функций, имеющих конечный предел	271

7.5. Бесконечно малые и бесконечно большие функции	274
7.6. Предел сложной функции	281
7.7. Два замечательных предела	283
7.8. Экспонента, натуральные логарифмы и гиперболические функции	288
Вопросы и задачи	292
8. Теория пределов	295
8.1. Понятие предела отображения	295
8.2. Некоторые свойства предела отображения	303
8.3. Пределы действительных функций	304
8.4. Признаки существования предела действительной функции	309
Д.8.1. Полное метрическое пространство	314
Д.8.2. Принцип сжимающих отображений	315
Вопросы и задачи	320
9. Непрерывные функции	322
9.1. Непрерывность функции в точке	324
9.2. Свойства функций, непрерывных в точке	328
9.3. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва	332
9.4. Свойства функций, непрерывных в промежутке	336
9.5. Непрерывность основных элементарных функций	341
9.6. О вычислении нуля функции, непрерывной на отрезке	345
Д.9.1. Непрерывность и разрывы монотонной функции	348
Д.9.2. Доказательство теорем о функциях, непрерывных в промежутке	350
Вопросы и задачи	352
10. Асимптотическое поведение	355
10.1. Сравнение бесконечно малых функций	355
10.2. Эквивалентные бесконечно малые функции	360
10.3. Главная часть бесконечно малой функции	365
10.4. Сравнение бесконечно больших функций	372
10.5. Наклонная асимптота графика функции	375
10.6. Общие рекомендации по вычислению пределов	377
Д.10.1. Асимптотические многочлены	384
Д.10.2. Об использовании символов O и o	387
Вопросы и задачи	390
Список рекомендуемой литературы	393
Предметный указатель	397